Міністерство освіти і науки молоді та спорту України
Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка
Кафедра загальної фізики і математики

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ З «ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗКИ»

АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

Полтава 2018

МІЖНАРОДНА СИСТЕМА ОДИНИЦЬ СІ

Параметри	Розмірність	Найменування	Позначення
Основні одиниці			
Довжина	L	метр	[м]
Маса	M	кілограм	[кг]
Час	T	секунда	[с]
Температура	Θ	кельвін	[К]
Кількість речовини	N	моль	[моль]
Сила струму	I	ампер	[А]
Сила світла	J	кандела	[кд]
Додаткові одиниці			
Плоский кут		радіан	[рад]
Тілесний кут		стерадіан	[ср]
Одиниці використання яких допускається в СІ			
Відносні частини		відсоток (процент)	[%]
		проміле	[‰]
		мільйонна частка	[млн$^{-1}$]
Логарифмічна величина		бел	[б]

ДЕСЯТКОВІ ПРИСТАВКИ ДО НАЗВ ОДИНИЦЬ

Множник	Назва	Позначення		Множник	Назва	Позначення	
		укр.	міжнар.			укр.	міжнар.
10^{24}	йота	Й	Y	10^{-1}	деци	д	d
10^{21}	зета	ЗТ	Z	10^{-2}	санти	с	c
10^{18}	екса	Е	E	10^{-3}	мілі	м	m
10^{15}	пета	П	P	10^{-6}	мікро	мк	μ
10^{12}	тера	Т	T	10^{-9}	нано	н	n
10^{9}	гіга	Г	G	10^{-12}	піко	п	p
10^{6}	мега	М	M	10^{-15}	фемто	ф	f
10^{3}	кіло	к	k	10^{-18}	атто	а	a
10^{2}	гекто	г	h	10^{-21}	зепто	зп	Z
10^{1}	дека	дк	da	10^{-24}	йокто	й	y

СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ДЕЯКИМИ ОДИНИЦЯМИ

Одиниці СІ	Позасистемні одиниці
$1Н = 10^5$ дин	1 рік $= 3{,}11 \cdot 10^7$ с
$1Дж = 10^7$ ерг	1 Å $= 10^{-8}$ см
$1Вт = 10^7$ ерг/с	1 б $= 10^{-24}$ см^2
$1Кл = 3 \cdot 10^9$ СГСЕ	$1 \text{ атм} = \begin{cases} 101{,}3 \text{ кПа} \\ 760 \text{ тор} \end{cases}$
$1А = 3 \cdot 10^9$ СГСЕ	
$1В = \frac{1}{300}$ СГСЕ	1 Кі $= 3{,}70 \cdot 10^{10}$ Бк
$1В/м = \frac{1}{3 \cdot 10^4}$ СГСЕ	$1 \text{ а.о.м.} = \begin{cases} 1{,}660 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 1{,}660 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ 931{,}50 \text{ МеВ} \end{cases}$
1 Ом $= \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ см	
$1Ф = 9 \cdot 10^{11}$ см	
$1Т = 10^4$ Гс	$1 \text{ еВ} = \begin{cases} 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ ерг} \\ 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{cases}$
$1Гн = 10^9$ см	

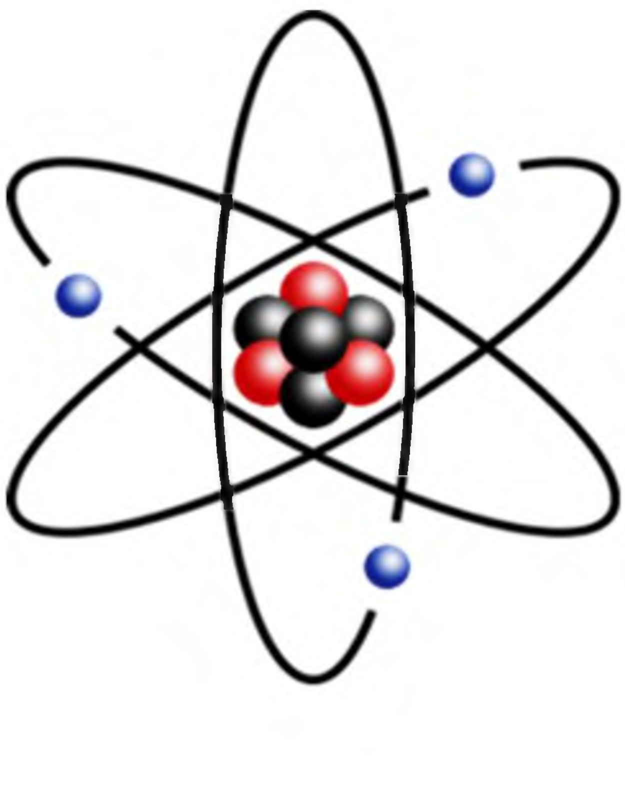
ГРЕЦЬКИЙ АЛФАВІТ

Позначення букв	Назва букв	Позначення букв	Назва букв
Α, α	альфа	Ν, ν	ню
Β, β	бета	Ξ, ξ	ксі
Γ, γ	гамма	Ο, ο	омікрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пі
Ε, ε	епсілон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	ета	Τ, τ	тау
Θ, ϑ	тета	Υ, υ	іпсилон
Ι, ι	йота	Φ, ϕ	фі
Κ, κ	каппа	Χ, χ	хі
Λ, λ	лямбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	мю	Ω, ω	омега

Міністерство освіти і науки молоді та спорту України
Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка
Кафедра загальної фізики і математики

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ З «ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗКИ»

АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА



ПНПУ 2018

УДК 539.1(076.5)
П69

Укладачі: Саєнко О. В., Іванко В. В.

Рецензенти: ***Флегантов Л. О.,*** професор кафедри загальнотехнічних дисциплін Полтавської державної аграрної академії, кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Хлопов А. М., завідуючий кафедрою виробничо-інформаційних технологій та безпеки життєдіяльності Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка, кандидат фізико-математичних наук, доцент.

П69 Практичні заняття з «Загальної фізики». Атомна і ядерна фізика : навч. посіб. для підготовки здобувачів освітнього ступеня «бакалавр» за спеціальністю 014 Середня освіта, предметною спеціалізацією 014.08 Середня освіта (Фізика) / уклад. : О. В. Саєнко, В. В. Іванко – Полтава : ПНПУ імені В. Г Короленка, 2018. – 120 с.

Навчальний посібник має за мету полегшити студентам вивчення заключного змістового модуля дисципліни «Загальна фізика», «Атомної і ядерної фізики», та сприяти розвитку вмінь у розв’язуванні задач. Представлений у посібнику матеріал першочергово призначений для підготовки до практичних занять і містить вказівки до розв’язування основних типів задач даного модуля. Викладений матеріал може бути корисним при виконанні самостійних, контрольних і домашніх завдань, сприятиме успішному складанню модульного і семестрового контролю.
Для студентів здобувачів освітнього ступеня «бакалавр», за спеціальністю 014 Середня освіта, предметною спеціалізацією 014.08 Середня освіта (Фізика)

Друкується за ухвалою вченої ради Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка (протокол №7 від 31 січня 2019 р.)

УДК 539.1(076.5)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Метою вивчення заключного, п’ятого, змістового модуля «Атомна і ядерна фізика» дисципліни «Загальна фізика» є формування низки загальних і фахових компетентностей через засвоєння теорій, законів і моделей атомної і ядерної фізики, оволодіння природничо-науковими методами пізнання і основними процедурами досліджень сучасної фізики, формування матеріалістичних переконань та уявлень про головні аспекти сучасної фізичної і наукової картин світу, про будову і еволюцію Всесвіту, про історію розвитку і становлення атомної і ядерної фізики.

Вивчення «Атомної і ядерної фізики» сприяє формуванню таких компетентностей як, навички обдумування і знання сучасних теоретичних основ спеціальності і спеціалізації.

Досягнення поставленої мети вимагає достатньо високого рівня піготовленості здобувачів освіти. Приступаючи до вивчення змістового модуля «Атомна і ядерна фізика» студенти, з одного боку, повинні досконало знати і володіти матеріалом дисциплін, що вивчаються у шкільному курсі, а з іншого, упродовж всього терміну навчання повинні поглиблювати та вдосконалювати математичну культуру вивчаючи «Математичний аналіз», «Лінійну алгебру і аналітичну геометрію», «Основи векторного і тензорного аналізу», «Диференціальні та інтегральні рівняння», «Теорію ймовірностей і математичну статистику» та інші.

Даний навчальний посібник в першу чергу має сприяти розвитку вмінь і навичок у розв’язуванні задач змістового модуля «Атомна і ядерна фізика». Посібник складається з двох частини. Перша частина, включає матеріал до практичних занять. Друга – містить завдання самостійної роботи, критерії оцінювання, перелік літературних джерел і таблиці деяких фізичних величин.

Матеріал практичних занять розподілений за п’ятьма темами кожна з яких, у свою чергу, поділена на «заняття». Кількість занять у темі варіюється від трьох, до п’яти.

Кожна тема розпочинається переліком основних законів та формул, які необхідно вивчити і пам’ятати. Кожне «заняття» теми включає ряд пунктів, які, на думку авторів, дозволять студентам не лише скоротити час пошуку, вивчення і засвоєння необхідної інформації, а й підвищать ефективність їхньої теоретичної і практичної підготовки. Запропонована у посібнику структура «заняття» може розглядатися, як послідовність, план вивчення матеріалу. Зокрема, виділено наступні позицій:

- **Література**. Включає посилання на літературні джерела з чітко вказаним розміщенням матеріалу, який вивчається.
- **Знати**. Визначає коло основних теоретичних питань якими необхідно оволодіти.
- **Вміти**. Виокремлені практичні вміння, засвоєння яких спрямоване на підвищення математичної культури і сприяє більш глибокому та усвідомленому засвоєнню теоретичного матеріалу.
- **Питання для самоперевірки**. Даючи відповіді на поставлені питання з’ясовуємо рівень розуміння вивченого матеріалу.
- **Тестові завдання.** Успішне проходження тестових завдань свідчитиме про високий рівень засвоєння необхідного теоретичного і практичного мінімуму.
- **Приклади розв’язування задач**. Опрацьовуючи запропоновані завдання студенти ознайомлються з основними типами задач даного модуля і методикою їх роз’язування.

Автори сподіваються, що викладений матеріал буде корисним здобувачам освітнього ступеня «бакалавр» при підготовці до практичних занять з атомної і ядерної фізики, виконанні самостійних, контрольних і домашніх завдань, сприятиме успішному складанню модульного і семестрового контролю.

Автори щиро вдячні рецензентам Л. О. Флегантову і А. М. Хлопову за цінні поради і корисні зауваження.

ТЕМА 1
КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Закони і основні формули теми

Назва	Формула для визначення
Випромінювальна здатність	$E(T) = W/St$
Спектральна випромінювальна здатність	$e(\nu,T) = \dfrac{dW_{\nu+d\nu}}{Std\nu}$
Спектральна поглинальна здатність	$a(\nu,T) = \dfrac{dW_{\nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW}$
Закон Кірхгофа	$\dfrac{e_1(\nu,T)}{a_1(\nu,T)} = \dfrac{e_2(\nu,T)}{a_2(\nu,T)} = \cdots = \dfrac{e_2(\nu,T)}{a_2(\nu,T)} = \varepsilon(\nu,T)$
Зв'язок між спектральною випромінювальною здатністю та спектральною густиною енергії поля випромінювання абсолютно чорного тіла	$\varepsilon(\nu,T) = cu(\nu,T)/4$ $\text{с} \approx 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – швидкість світла у вакуумі
Закон Стефана-Больцмана	$\mathcal{E}(T) = \sigma T^4,$ $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}^4}$ – стала Стефана-Больцмана
I- закон Віна. Закон зміщення Віна.	$\lambda_{max} = b/T,$ $b = 2{,}89 \cdot 10^{-3}\text{м} \cdot \text{К} - \text{I стала Віна}$
II- закон Віна.	$\mathcal{E}_{max}(T) = aT^5$ $a = 1{,}29 \cdot 10^{-5}\ \text{Вт/м}^2 \cdot \text{К} - \text{II стала Віна}$
Енергія фотона	$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с},$ $\hbar = h/2\pi = 1.054610^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}$
Імпульс фотона	$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k},\ \ p = \hbar \cdot \dfrac{\omega}{c} = \dfrac{\varepsilon}{\text{c}}$ $\vec{k}$ – хвильовий вектор. $\lvert\vec{k}\rvert = \dfrac{2\pi}{\lambda}$
Маса фотона	$m = \varepsilon/c^2$
Формула Планка	$\varepsilon(\nu,T) = \dfrac{h\nu^3}{c^2}\dfrac{1}{exp(h\nu/kT) - 1}$
Тиск світла за умови нормального падіння на поверхню	$p = \dfrac{Nh\nu}{Sct}(1+\rho)$
Формула Ейнштейна для фортоефекту	$h\nu = \dfrac{m{v^2}_{max}}{2} + A$

Червона межа фотоефекту	$\nu_0 = A/h,$ $\lambda_0 = hc/A$ A — робота виходу електронів з металів
Ослаблення рентгенівського випромінювання при проходженні через шар речовини	$I = I_0 exp(-\mu_m \rho d)$
Короткохвильова межа рентгенівського спектра	$\lambda_{min} = hc/eU$
Зміна довжини хвилі в ефекті Комптона	$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - cos\Theta) = 2\frac{h}{mc}sin^2\frac{\Theta}{2}$ $\lambda_k = h/mc = 2{,}42$ пм — комптонівська довжина хвилі

Теплове випромінювання та його закони. Формула Планка

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 260 – 269.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 647 – 653
3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 533 – 542.
4. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 385 –389.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Що таке теплове випромінювання? Чим воно відрізняється від інших видів випромінювання? Яке випромінювання називають рівноважним?
- Основні характеристики рівноважного випромінювання.
- Повна та спектральна випромінювальна (поглинальна) здатність тіл.
- Закон Кірхгофа. Абсолютно чорне тіло, сіре тіло. Графіки залежності спектральної випромінювальної здатності від частоти та довжини хвилі.
- Закон Стефана-Больцмана, Віна, формула Релея-Джинса.
- Гіпотеза і формула Планка.

Вміти:

- виводити формулу Планка (за Ейнштейном)
- обґрунтовувати закони теплового випромінювання виходячи з формули Планка;
- розраховувати сталу Стефана-Больцмана і сталу у законі зміщення Віна.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.1 – 6.11.

Питання для самоперевірки

1. Яке випромінювання називають тепловим?
2. Яке випромінювання називається рівноважним? Які його властивості?
3. Чим відрізняється теплове випромінювання від люмінесцентного?

4. Яке тіло називається абсолютно чорним?
5. На чому заснований закон Стефана-Больцмана?
6. Який зв'язок між об'ємними і поверхневими характеристиками теплового випромінювання?
7. Який зв'язок між випромінювальною і поглинальною здатністю?
8. Який вигляд мають графіки для $e(\lambda, T) = f(\lambda)$ і $e(\nu, T) = f(\nu)$?
9. Чи можна в законі зміщення Віна замінити λ_{max} на v_{max}?
10. З якими новими (некласичними) уявленнями пов'язана формула Планка?
11. Що таке випромінювальна, поглинальна та відбивна здатність тіла?
12. Який фізичний зміст має стала Стефана-Больцмана?
13. У яких випадках та чому вікна будинків з вулиці здаються чорними?

Тестові завдання

1. Яка з наведених формул виражає зміст інтегральної випромінювальної здатності?

А	Б	В	Г
$\varepsilon(T)=\sigma\cdot T^4$	$\mathrm{E}(T)=dW/dtdS$,	$\mathrm{E}(T)=\int_0^\infty e(\nu,T)d\nu$,	$\mathrm{E}(T)/A(T)=\varepsilon(T)$,

2. Яка з наведених формул є справедливою для абсолютно чорного тіла?

А	Б	В	Г
$\rho(\nu,T)=1$	$A(T)<1$	$a(\nu,T)=1$	$\tau(\nu,T)=1$

3. Яке з наведених рівнянь виражає закон Кірхгофа для теплового випромінювання?

А	Б	В	Г
$\mathrm{E}(T)=\int_0^\infty e(\nu,T)d\nu$,	$\lambda_{\max}T^{-1}=b$	$\varepsilon(T)=\sigma\cdot T^4$	$\mathrm{E}(T)/A(T)=\varepsilon(T)$,

4. Яке з наведених рівнянь виражає закон Стефана-Больцммана для теплового випромінювання?

А	Б	В	Г
$\mathrm{E}(T)=dW/dtdS$,	$\varepsilon(T)=\sigma\cdot T^4$	$\lambda_{\max}T^{-1}=b$	$e(\nu,T)/a(\nu,T)=\varepsilon(\nu,T)$,

5. Яке з наведених рівнянь виражає закон зміщення Віна для теплового випромінювання?

А	Б	В	Г
$\varepsilon_{\max}(T)=a\cdot T^5$	$\varepsilon(T)=\sigma\cdot T^4$	$\lambda_{\max}T^{-1}=b$	$\varepsilon(\nu,T)=2\pi h\nu^2 kT/c^2$

6. Яке з наведених рівнянь виражає формулу Релея-Джінса для теплового випромінювання?

А	Б	В	Г
$\varepsilon_{\max}(T)=a\cdot T^5$	$\varepsilon(T)=\sigma\cdot T^4$	$\lambda_{\max}T^{-1}=b$	$\varepsilon(\nu,T)=2\pi h\nu^2 kT/c^2$

7. Яке з наведених рівнянь виражає формулу Планка для теплового випромінювання?

А	Б	В	Г
$\varepsilon_{\nu,T}=\dfrac{2\pi h\nu^3}{c^2\left(\exp(h\nu/kT)+1\right)}$	$\varepsilon_{\nu,T}=\dfrac{2\pi h\nu^3}{c^2\left(\exp(h\nu/kT)-1\right)}$	$\varepsilon_{\nu,T}=\dfrac{2\pi h\nu^2}{c^2\left(\exp(h\nu/kT)-1\right)}$	$\varepsilon_{\nu,T}=\dfrac{2\pi h\nu^2 kT}{c^2}$

8. При нагріванні абсолютно чорного тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювання у спектрі, зменшилась у два рази. Температура тіла…

А	Б	В	Г
Зменшилась у два рази	Збільшилась у два рази	Зменшилась	Збільшилась

9. Вкажіть одиниці вимірювання поглинальної здатності тіла.

А	Б	В	Г
Вт/м^2	Дж/м^2	Дж/м	безрозмірна

10. Вкажіть одиниці вимірювання випромінювальної здатності

А	Б	В	Г
Вт/м^2	Дж/м^2	Дж/м	безрозмірна

Приклади розв'язування задач

Задача 1.1. Дослідження спектра випромінювання Сонця показало, що його максимальна випромінювальна здатність припадає на довжину хвилі $\lambda_{\max} = 500 нм$. Взявши Сонце за абсолютно чорне тіло, визначити: повну випромінювальну здатність (енергетичну світність) $\mathcal{E}(T)$ Сонця; потік енергії Φ, випромінюваний Сонцем; еквівалентну масу випромінювання за 1 с.

$\lambda_{\max} = 500 нм.$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \dfrac{Дж}{м^2 \cdot с \cdot К^4}$

$\mathcal{E}(T)$-?

Ф -?

m-?

Розв'язування

Згідно із законом Стефана-Больцмана повна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює

$$\varepsilon(T) = \sigma \cdot T^4,$$

де σ – стала Стефана – Больцмана .

Температура Сонця визначимо за законом Віна:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

звідки

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0{,}002896}{500 \cdot 10^{-9}} = 5800(K).$$

Підставивши знайдене значення T в закон Стефана-Больцмана, дістанемо

$$\varepsilon(T) = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 6{,}42 \cdot 10^7 \left(\frac{Дж}{м^2 \cdot с}\right) = 6{,}42 \cdot 10^7 \left(\frac{Вт}{м^2}\right).$$

Потік енергії, яку випромінює Сонце, дорівнює добутку $\mathcal{E}(T)$ Сонця на площу S його поверхні:

$$\Phi = \varepsilon(T) S = \varepsilon(T) 4\pi R_c^2.$$

Еквівалентну масу випромінювання Сонця за 1с знайдемо із співвідношення між собою та енергією:

$$E = m \cdot c^2,$$

звідки

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\Phi \cdot t}{c^2} = \frac{3{,}9 \cdot 10^{26} \cdot 1}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2} \approx 4 \cdot 10^9 (кг) = 4 \cdot 10^6 (т).$$

Відповідь: $\varepsilon(T) = 64{,}2 \frac{МВт}{м^2}$; $\Phi = 3{,}9 \cdot 10^{26}$Вт; $m = 4 \cdot 10^6$т.

Задача 1.2. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла Ф = 10 кВт, максимум енергії випромінювання на довжину хвилі $\lambda_{max} = 0{,}8$ мкм. Визначити площу поверхні випромінювання.

Ф = 10 кВт=10^4Вт $\lambda_{\max} = 0{,}8 \cdot 10^{-6}\, м$	*Розв'язання*
S- ?	Потік випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює енергії, яку випромінює тіло за 1 с. Повна випромінювальна здатність (енергетична світність) абсолютно чорного

тіла дорівнює енергії, яку випромінює тіло з одиниці площі за 1с. Тому між потоком Ф і повною випромінювальною здатністю тіла існує такий зв'язок:

$$\varepsilon(T) = \frac{\Phi}{S},$$

звідки

$$S = \frac{\Phi}{\varepsilon(T)}.$$

Згідно із законом Стефана–Больцмана

$$\varepsilon(T) = \sigma T^4,$$

а згідно із законом Віна

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ або } T = \frac{b}{\lambda_{\max}}.$$

Отже,

$$S = \frac{\Phi \cdot \left(\frac{\lambda_{\max}}{b}\right)^4}{\sigma}.$$

За останньою формулою обчислимо площу тіла:

$$S = \frac{10^4}{5{,}67 \cdot 10^{-8}} \left(\frac{0{,}8 \cdot 10^{-6}}{0{,}002896}\right)^4 = 10^{-3} \left(м^2\right).$$

Відповідь: $S = 10^{-3}\, м^2$.

Задача 1.3. Площа поверхні вольфрамової нитки 60-ватної лампи розжарення 0,5см^2. Інтегральна поглинальна здатність вольфраму 0,6. Визначити температуру нитки розжарення.

$N = 60 Вт$ $S = 0{,}5 см^2 = 5 \cdot 10^{-5} м^2$ $A = 0{,}6$	*Розв'язання*
T - ?	Згідно із законом Кірхгофа відношення повної випромінювальної здатності (енергетичної світності) тіла до його повної поглинальної здатності не залежить від матеріалу тіла, дорівнює повній випромінювальній здатності (енергетичній світності) абсолютно чорного тіла і є функцією лише температури.

Отже,

$$\frac{\mathrm{E}(T)_w}{A(T)_w} = \varepsilon(T), \qquad (1)$$

де $\mathrm{E}(T)_w, \varepsilon(T)$ - повні випромінювальні здатності відповідно досліджуваного тіла й абсолютно чорного тіла; $A(T)_w$ - повна поглинальна здатність тіла.

Згідно із законом Стефана–Больцмана, $\varepsilon(T) = \sigma T^4$. З урахуванням цього вираз (1) набуває вигляду

$$\frac{\mathrm{E}(T)_w}{A(T)_w} = \sigma T^4,$$

звідки

$$T = \sqrt[4]{\frac{\mathrm{E}(T)_w}{A(T)_w \sigma}}, \qquad (2)$$

де T-абсолютна температура тіла. За змістом $\mathrm{E}(T)_w$ є випромінювальною потужністю з одиниці площі, тобто

$$\mathrm{E}(T)_w = \frac{\mathrm{N}}{S}. \qquad (3)$$

Підставивши значення $\mathrm{E}(T)_w$ з виразу (в) у формулу (б), дістанемо

$$T = \sqrt[4]{\frac{\mathrm{N}}{SA(T)_w \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{60}{5\cdot 10^{-5}\cdot 0,6\cdot 5,67\cdot 10^{-8}}} = 2437(K).$$

Відповідь: T=2437 К.

Задача 1.4. Радіус Сонця дорівнює $R_c = 6,96\cdot 10^8$м, радіус орбіти Меркурія $R_{Меркурій} = 5,79\cdot 10^{10}$м, Марса $R_{Марс} = 2,28\cdot 10^{11}$м. Температура поверхні Сонця дорівнює приблизно $T_c = 6000K$. Використовуючи закони теплового випромінювання, оцінити середні температури Меркурія і Марса.

$R_c = 6,96\cdot 10^8$м
$R_{Меркурій} = 5,79\cdot 10^{10}$м
$R_{Марс} = 2,28\cdot 10^{11}$м.
$T_c = 6000K$
$T_{планет} - ?$

Розв'язання

Оскільки радіуси орбіт планет значно перевищують радіус Сонця, то можна вважати, що промені Сонця падають на поверхню планети паралельно. Обчислимо інтенсивність сонячного випромінювання на орбіті планети. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, можна записати потік енергії за одиницю часу з усієї поверхні Сонця у вигляді:

$$\Phi = \varepsilon(T)S = 4\pi\sigma T^4 R_c^2.$$

Вся ця випромінена енергія проходить через сферу радіусом $R_{пл}$, – радіус орбіти планети. Оскільки сонячне випромінювання падає на цю сферу нормально, то

$$\Phi = 4\pi\sigma T^4 R_c^2 = I_0 4\pi R_{пл}^2. \qquad (1)$$

де I_0 – інтенсивність потоку сонячного випромінювання на орбіті планети. Отже, з (1) знаходимо:

$$I_0 = \sigma T^4 \frac{R_c^2}{R_{пл}^2}. \qquad (2)$$

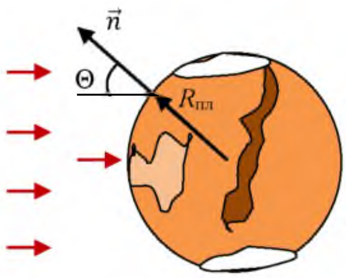


Рис1. Освітлювана поверхня планети

Енергія, яку поглинає планета за одиницю часу, згідно з рівністю (1), є:

$$\Phi_{погл} = AI_0\int\cos\Theta d\sigma = AI_0\pi R_{пл}^2. \qquad (3)$$

де A — поглинальна здатність речовини планети. Інтеграл у (3) по опромінюваній половині поверхні планети (рисунок 1) дає площу перерізу планети

$$\pi R_{пл}^2 = S_{пл},$$

де $R_{пл}$ – радіус планети.

Далі, згідно з законом Кірхгофа і законом Стефана-Больцмана, випромінювана планетою енергія дорівнює:

$$\Phi_{випр} = A\sigma T_{пл}^4 4\pi R_{пл}^2.$$

де $T_{пл}$ — температура планети. У стаціонарному режимі, якщо знехтувати всіма іншими джерелами теплової енергії на планеті, повинно бути $\Phi_{випр} = \Phi_{погл}$, звідки

$$AI_0 \pi R_{пл}^2 = A\sigma T_{пл}^4 4\pi R_{пл}^2.$$

Розв'язуючи це рівняння відносно $T_{пл}$, з врахуванням (2) знаходимо:

$$A\sigma T^4 \frac{R_c^2}{R_{пл}^2}\pi R_{пл}^2 = A\sigma T_{пл}^4 4\pi R_{пл}^2. \qquad \frac{T^4 R_c^2}{4R_{пл}^2} = T_{пл}^4.$$

$$T_{пл} = T_c \sqrt[4]{\frac{R_c^2}{4R_{пл}^2}} = T_c\sqrt{\frac{R_c}{2R_{пл}}}.$$

Підставляючи сюди дані задачі, обчислюємо середні температури планет:

$$T_{Меркурій} = 6000\sqrt{\frac{6,96\cdot 10^8}{2\cdot 5,79\cdot 10^{10}}} = 465\ K,\ T_{Марс} = 6000\sqrt{\frac{6,96\cdot 10^8}{2\cdot 2,28\cdot 10^{11}}} = 234\ K.$$

Відповідь: $T_{Меркурій} = 465\ K, T_{Марс} = 234\ K.$

Задача 1.5. У чорну металеву посудину, що має форму куба з довжиною сторони $h = 10\ см$ налито $m = 1$ кг води з температурою $t_2 = 50°C$. Знайти час вистигання до температури $t_1 = 10°C$, якщо її вміщено у чорний резервуар, температура стінок якого підтримується при 0 К.

$m = 1кг$
$t_2 = 50°C$
$t_1 = 10°C$

τ-?

Розв'язання

Енергію випромінювану за час $d\tau$ чорною поверхнею кубічної посудини з площею поверхні $S = 6h^2$ можна виразити з рівняння:

$$dQ = \sigma T^4 S d\tau = \sigma T^4 6h^2 d\tau,$$

ця енергія поглинається стінками чорного резервуару, у якому знаходиться посудина з водою.

Енергію, яку вода передає чорному резервуару визначаємо з рівняння

$$dQ = -cmdT,$$

де «–» вказує на зменшення внутрішньої енергії води, dT – зниження температури води за час $d\tau$.

Прирівнюючи праві частини рівнянь одержуємо диференціальне рівняння

$$\sigma T^4 6h^2 d\tau = -cmdT, \text{ або } d\tau = -\frac{cm}{\sigma 6h^2}\frac{dT}{T^4}$$

Проведемо інтегрування останнього виразу

$$\int_0^\tau d\tau = -\int_{t_2}^{t_1}\frac{cm}{\sigma 6h^2}\frac{dT}{T^4} = \frac{cm}{\sigma 6h^2}\int_{t_1}^{t_2}\frac{dT}{T^4}$$

$$\tau = \frac{cm}{6\sigma h^2}\left(-\frac{1}{3T^3}\right)\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{cm}{18\sigma h^2}\left(\frac{1}{T_1^3} - \frac{1}{T_2^3}\right)$$

Розраховуємо час вистигання посудини

$$\tau = \frac{4,19\cdot 10^3\cdot 1}{18\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-2}}\left(\frac{1}{283^3} - \frac{1}{323^3}\right) = 5930\ c.$$

Відповідь: $\tau = 6\cdot 10^3 c$

Фотоелектричний ефект

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 239 – 245.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 659 – 664
3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 546 – 552.
4. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 390 – 392.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Явище фотоелектричного ефекту.
- Дослідження О.Г. Столєтова.
- Загальний вигляд вольт-амперних характеристик вакуумних фотоелементів.
- Що таке затримуюча різниця потенціалів. Її залежність від частоти та матеріалу катоду. Струм насичення його залежність від світлового потоку.
- Закони зовнішнього фотоефекту.
- Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту. Який закон відображає це рівняння?
- Квантова теорія фотоефекту. Які закони зовнішнього фотоефекту неможна пояснити з позиції хвильової теорії? Квантовий вихід фотоефекту.
- Що таке червона межа фотоефекту, робота виходу електронів?
- Одно- та багато фотонний фотоефект. Формула Ейнштейна для багатофотонного фотоефекту.

Вміти:

- знаходити роботу виходу;
- визначати червону межу фотоефекту;
- визначати затримуючу різницю потенціалів;
- розраховувати сталу Планка за даними про затримуючу різницю потенціалів;
- пояснювати фізичні процеси, що визначають вигляд вольт-амперної характеристики вакуумного фотоелемента.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.12, 6.13–6.21, 6.22–6.28,

Питання для самоперевірки

1. У чому полягає явище зовнішнього фотоефекту і його пояснення з точки зору квантової теорії світла?
2. Напишіть рівняння Ейнштейна. Який закон відображає це рівняння?
3. Які закони фотоефекту не можна пояснити з точки зору хвильової теорії?
4. Що таке червона межа фотоефекту і як вона визначається?

Тестові завдання

1. Яке з наведених співвідношень є рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту?

А	Б	В	Г
$eU = m\upsilon_{\max}^2/2$	$h\nu = m\upsilon_{\max}^2/2 + A$	$Nh\nu = m\upsilon_{\max}^2/2 + A$	$\lambda_{\max} = hc/A$

2. За якою формулою визначається червона межа фотоефекту?

А	Б	В	Г
$W = h\nu$	$\nu_{\min} = A/h$	$\lambda_{\max} = hc/A$	$\lambda_{\max} = b/T$

3. Яке з наведених співвідношень є рівнянням, що виражає гіпотезу Планка?

А	Б	В	Г
$W = h\nu$	$A = \nu_{\min} h$	$eU = W$	$W = m\upsilon_{\max}^2/2$

4. Яке з наведених співвідношень відображає закон збереження при зовнішньому фотоефекті?

А	Б	В	Г
$W_p + W_k = E$	$eU = m\upsilon_{\max}^2/2$	$h\nu = m\upsilon_{\max}^2/2 + A$	$h\nu = m\upsilon_{\max}^2/2$

5. Як залежить кількість N електронів, що їх світло вириває з поверхні металу за секунду, і максимальна кінетична енергія W_k електронів від інтенсивності світла?

А	Б	В	Г
N і W_k прямо пропорційні інтенсивності світла	N і K не залежать від інтенсивності світла	N прямо пропорційна інтенсивності світла, W_k не залежить від інтенсивності світла	N не залежить від інтенсивності світла, W_k – прямо пропорційна інтенсивності світла

6. На рисунку 1 подано вольт-амперні характеристики фотоелемента для різних значень інтенсивності світла. Порівняти і обрати одну з відповідей.

А	Б	В	Г
$\nu_1 = \nu_2 = \nu_3$	$\nu_1 < \nu_2 < \nu_3$	$\nu_1 > \nu_2 > \nu_3$	частоту світла порівняти не можна

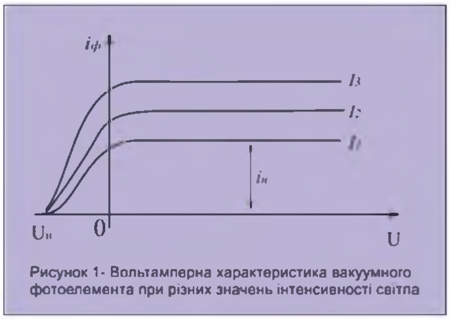


Рисунок 1- Вольтамперна характеристика вакуумного фотоелемента при різних значень інтенсивності світла

7. Під дією світлового випромінювання з поверхні металу вилітають електрони. Їхня максимальна кінетична енергія залежить від:

А	Б	В	Г
інтенсивності світла	відстані від джерела	довжини хвилі світла	кута падіння світла

8. На рисунку 2 подано вольт-амперні характеристики фотоелемента для двох значень частоти світла. Порівняти потоки випромінювання, що переносились на фотоелемент

А	Б	В	Г
$\Phi_1 = \Phi_2$	$\Phi_1 > \Phi_2$	$\Phi_2 > \Phi_3$	потоки порівняти не можна

Рисунок 2- Вольтамперна характеристика вакуумного фотоелемента для різних значень частоти світла

9. Який вислів точніше відображає фізичний процес?
1) фотострум пропорційний світловому потоку;
2) фотострум насичення пропорційний світловому потоку.

А	Б	В	Г
1	2	обидва точні	жодного точного

10. Явище фотоефекту полягає в

А	Б	В	Г
Пружному розсіянні фотонів вільними електронами	Поглинанні фотона атомом з випусканням електрона	Поглинанні фотона атомним ядром	Поглинанні фотонів вільними електронами

Приклади розв'язування задач

Задача 1.6. Визначити максимальну швидкість $\upsilon_{\max}$ фотоелектронів, що виривають з поверхні срібла ультрафіолетовими променями з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0{,}155 мкм$; $\gamma-$ променями з довжиною хвилі $\lambda_2 = 2{,}47$ пм.

$\lambda_1 = 1{,}55 \cdot 10^{-7}$м
$\lambda_2 = 2{,}42 \cdot 10^{-12}$м

$\upsilon_{1\max} - ?$
$\upsilon_{2\max} - ?$

Розв'язання

Максимальну швидкість фотоелектрона визначимо за рівнянням Ейнштейна для фотоефекту:

$$\varepsilon = A + E_{k\max}, \qquad (1)$$

де ε - енергія фотона ; A - робота виходу електрона з речовини; $E_{k\max}$ - кінетична енергія фотоелектрона.

З аналізу рівняння Ейнштейна випливає, що для визначення швидкості електронів передусім потрібно з'ясувати, якої форми вираження набуватиме кінетична енергія фотоелектрона, класичної :

$$E_{k\max} = \frac{m_0 \upsilon^2{}_{\max}}{2}, \qquad (2)$$

чи релятивістської

$$E_{k\max} = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2. \qquad (3)$$

Якщо енергія фотона значно менша за енергію спокою електрона $E_{k\max} = m_0 c^2 = 0{,}512$МеВ, то можна скористатися формулою (2); якщо ж вона порівняна з E_0, то обчислення за формулою (2) призведе до грубої похибки.

Визначимо енергію фотона ультрафіолетових променів:

$$\varepsilon_1 = h\nu_1 = h\frac{c}{\lambda_1} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0{,}155 \cdot 10^{-6}} = 8\,(\text{еВ}).$$

Отже, $\varepsilon << E_0$, тому для визначення швидкості фотоелектрона можна скористатися формулою (2). З виразу (1) знаходимо $E_{1\max}$, а з виразу (2) – $\upsilon_{1\max}$:

$$E_{1\max} = \varepsilon_1 - A = 8 - 4{,}7 = 5{,}28 \cdot 10^{-19}\,\text{Дж} = 3{,}3\text{еВ}\,(\text{еВ});$$

$$\upsilon_{1\max} = \sqrt{\frac{2E_{1\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}28 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}08 \cdot 10^8\,(\text{м/с}).$$

Знайдемо енергію фотона $\gamma-$ променів:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{2,47\cdot10^{-12}} = 0,503\,(\text{MeB}).$$

Оскільки ε_2 порівняння з E_0, то для визначення швидкості фотоелектрона скористаємося релятивістською формулою для кінетичної енергії (3) крім того, оскільки робота. виходу електронів із срібла А << ε, то можна вважати, що максимальна кінетична енергія фотоелектрона дорівнює енергії фотона, тобто:

$$\varepsilon_2 = E_{2\max} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

звідки

$$\frac{\varepsilon_2}{E_0} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (4)$$

де

$$\beta = \frac{\upsilon_{2\max}}{c}.$$

Розв'язавши (4) відносно β, знайдемо

$$\beta = 0,746.$$

Отже, $\upsilon_{2\max} = \beta\cdot c = 0,746\cdot3\cdot10^8 = 2,24\cdot10^8\,м/с$

Відповідь: $\upsilon_{1\max} = 1,08\cdot10^8$; $\upsilon_{2\max} = 2,24\cdot10^8\,м/с$.

Задача 1.7. Цезій освітлюється H_β −лінією спектра водню ($\lambda = 0{,}476$ мкм). Яку найменшу затримуючу різницю потенціалів слід прикласти, щоб фотострум припинився.

$\lambda = 0{,}476$ мкм $A = 1{,}88$ еВ	*Розв'язання*
$U_з$−?	

Фотоелектрони залишають катод зі швидкістю відмінною від нуля. Тому навіть за нульового потенціалу на аноді фотострум не зникає. Для того щоб фотострум припинився, потрібно прикласти зворотну напругу за якої жоден з електронів не зможе подолати затримуюче поле. Для цього випадку матимемо

$$m{v^2}_{max}/2 = eU_з. \qquad (1)$$

Максимальну кінетичну енергію фотоелектрона визначимо за рівнянням Ейнштейна для фотоефекту:

$$m{v^2}_{max}/2 = hc/\lambda - A. \qquad (2)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (1) і (2) матимемо

$$eU_з = hc/\lambda - A.$$

І остаточно, для затримуючого потенціалу:

$$U_з = (hc/\lambda - A)/e.$$

Підставляючи числові значення знаходимо

$$U_з = \left((6{,}63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8/0{,}476\cdot10^{-6}) - 1{,}88\cdot10^{-19}\right)/1{,}6\cdot10^{-19} = 0{,}74\ \text{В}.$$

Відповідь: $U_з = 0{,}74$ В

Задача 1.8. Світло має частоту $7\cdot10^{14}\,Гц$. Чи буде таке світло спричинювати явище зовнішнього фотоефекту, якщо ним освітлювати цезієвий електрод? Робота виходу електрона з цезію дорівнює 1,9 еВ. Яка червона межа фотоефекту для цезію?

Розв'язання

$\nu = 7\cdot10^{14}$ Гц $A = 1{,}9$ еВ	
$\nu_{гр}$− ?	

$$h\nu \geq A. \qquad (1)$$

Порівняємо енергію фотона з роботою виходу електрона з цезію:

$$\varepsilon_{ф} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7 \cdot 10^{14} = 4,63 \cdot 10^{-19}\,Дж,$$

$$A = 1,9\ еВ = 3,04 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

Енергія фотона виявилась більшою за роботу виходу електрона з цезію, умова (1) виконується. Отже, в цьому разі явище зовнішнього фотоефекту буде відбуватися.

Червона межа фотоефекту – це та найменша гранична частота світла, при якій ще відбувається явище фотоефекту.

Тобто, знак рівності в умові (1) за відомої роботи виходу, дозволяє визначити саме найменшу частоту світла за якої явище відбудеться.

$$\nu_{гр} = \frac{A}{h} \tag{2}$$

$$\nu_{гр} = \frac{3,04 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,59 \cdot 10^{14}\,Гц.$$

Відповідь: $\nu_{гр} = 4,59 \cdot 10^{14}\,Гц.$

Задача 1.9. Найбільша довжина світлової хвилі, при якій відбувається фотоефект для вольфраму, рівна 0,275 мкм. Знайти роботу виходу електронів із вольфраму; найбільшу швидкість електронів, вирваних із вольфраму світлом з довжиною хвилі, рівній 0,18 мкм; найбільшу енергію цих електронів.

$\lambda = 275 \cdot 10^{-9}$ м $\lambda_1 = 180 \cdot 10^{-9}$ м
$A - ?$ $\upsilon_{max} - ?$ $W_{max} - ?$

Розв'язання

Робота виходу електронів:

$$A = h\nu_{\min} = hc/\lambda_{\max}$$

$$A = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0,275 \cdot 10^{-8}}\,Дж = 7,2 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

За формулою Ейнштейна для фотоефекту, враховуючи, що $\nu = c/\lambda$, знаходимо $hc/\lambda = A + m\upsilon^2/2$, звідки

$$\upsilon_{макс} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}.$$

$$\upsilon_{макс} = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0,18 \cdot 10^{-6}} - 7,2 \cdot 10^{-19}\right)}\,м/с = 9,1 \cdot 10^{5}\,м/с.$$

Знаючи найбільшу швидкість вирваних електронів $\upsilon_{макс}$, знайдемо відповідну їй найбільшу кінетичну енергію:

$$W_{макс} = m\upsilon_{макс}^2/2\ ; \qquad W_{макс} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(9,1 \cdot 10^{5}\right)}{2}\,Дж = 3,8 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

Відповідь: $A = 7,2 \cdot 10^{-19}\,Дж.$ $\upsilon_{макс} = 9,1 \cdot 10^{5}\,м/с$ $W_{макс} = 3,8 \cdot 10^{-19}\,Дж.$

Фотони. Тиск світла

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 247 – 250.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 659 – 664

3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 392 – 393.
4. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 552 – 554.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Фотонна теорія світла.
- Формули для визначення енергії, імпульсу і маси фотонів.
- Суть дослідів Боте, Йоффе, Вавілова.
- Суть дослідів П. М. Лебедева.

Вміти:

- Обгрунтовувати експериментальні дослідження Боте, Йоффе, Вавілова.
- Пояснити наявність тиску світла як з точки зору хвильової так і з точки зору квантової теорії.
- Виводити формулу для розрахунку тиску світла за умови його нормального і косого падіння на поверхні.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.12, 6.13–6.21.

Питання для самоперевірки

1. Яка роль гіпотези Планка у створенні фотонної (корпускулярної) теорії світла? У чому її суть?
2. Назвіть основні положення фотонної теорії світла. Хто їх запропонував? Для пояснення якого явища вони були сформульовані?
3. Як визначити масу фотона?
4. Чому дорівнює маса спокою фотона?
5. Фотони якого випромінювання мають найбільшу масу?
6. Які труднощі виникають в процесі експериментального визначення тиску світла?
7. Як у хвильовій теорії пояснюється механізм виникнення світлового тиску?
8. Як інтерпретується тиск світла у корпускулярній теорії?
9. Наявність тиску світла можна пояснити як з хвильової так із корпускулярної точок зору. Про що це свідчить?
10. Яку роль відіграє тиск світла в поясненні явищ, що мають місце у Всесвіті?

Тестові завдання

1. Вкажіть формулу, за якою визначається тиск світла при його нормальному падінні на поверхню відповідно до квантової теорії.

А	Б	В	Г
$p=(1+\rho)n_0h\nu$	$p=(1+\rho)\omega$	$p=n_0kT$	$p=2n_0W_k/3$

2. Вкажіть формулу, за якою визначається тиск світла при його нормальному падінні на поверхню відповідно до хвильової теорії світла.

А	Б	В	Г
$p=(1+\rho)n_0h\nu$	$p=(1+\rho)\omega$	$p=n_0kT$	$p=2n_0W_k/3$

3. За якою формулою визначається імпульс фотона?

А	Б	В	Г

$p = m\upsilon$	$p = m_0 c$	$p = h\nu / c$	$p = mc^2$

4. За якою формулою визначається вектор імпульсу фотона?

А	Б	В	Г
$\vec{p} = \overline{h\nu / c}$	$\vec{p} = h\vec{k}$	$\vec{p} = \hbar\vec{k}$	$\vec{p} = \overline{h / \lambda}$

5. За якою формулою визначається маса фотона?

А	Б	В	Г
$m = h\nu / c^2$	$m = h\nu / c$	$m = p / \upsilon$	$m = h / \lambda$

6. Корпускулярні властивості світла проявляються під час:

А	Б	В	Г
дифракції світла	розкладання білого світла в спектр за допомогою призми	фотоефекту	інтерференції двох світлових пучків

7. Хто з представлених учених вперше експериментально виміряв тиск світла?

А	Б	В	Г
			

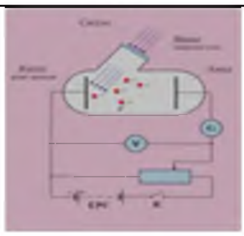
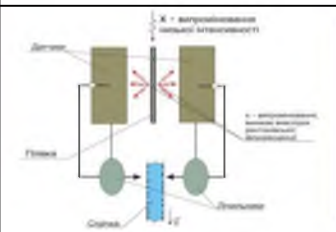
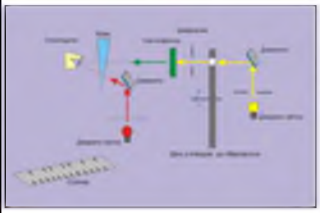
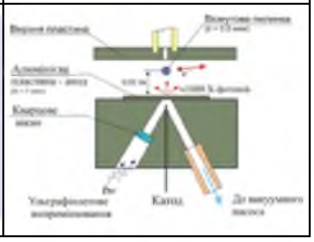
8. Корпускулярні властивості світла яскраво проявляються для електромагнітного випромінювання з довжинами хвиль:

А	Б	В	Г
$10^{-4} \le \lambda \le 10^{-2}$	$10^{-6} \le \lambda \le 10^{-4}$	$10^{-8} \le \lambda \le 10^{-6}$	$\lambda \le 10^{-8}$

9. Хто вперше довів існування флуктуацій кількості фотонів у світлових потоках

А	Б	В	Г
В. Боте	А. Ф. Йоффе	С. І. Вавілов	П. М. Лебедєв

10. На якому з рисунків показана схема досліду Боте?

А	Б	В	Г
			

Приклади розв'язування задач

Задача 1.10. Пучок паралельних променів монохроматичного світла з довжиною хвилі $\lambda = 662 \cdot 10^{-9}\,м$ падає перпендикулярно на дзеркальну поверхню. Потік випромінювання $\Phi_0 = 0,6$ Вт. Визначити силу тиску світла на цю поверхню та кількість фотонів, що падає на поверхню за 1 с.

Φ_0 =0,6 Вт $\lambda = 662 \cdot 10^{-9} м$ ρ= 1	
F - ? N-?	

Розв'язання

Сила тиску світла на поверхню дорівнює добутку цього тиску на площу поверхні

$$F = pS \qquad (1)$$

Тиск світла визначається із співвідношення

$$p = \omega(1+\rho),$$

де ω – об'ємна густина енергії, яку можна представити у вигляді:

$$\omega = \frac{W}{cSt} = \frac{\Phi_0}{cS} = \frac{E}{c},$$

де E – освітленість поверхні це величина , яка чисельно дорівнює світловій енергії, що падає за одиницю часу на одиницю площі поверхні; c – швидкість світла у вакуумі. Остаточно для тиску світла можна записати:

$$p = \frac{E}{c}(1+\rho). \qquad (2)$$

Підставляючи (2) в (1) одержуємо:

$$F = \frac{ES}{c}(1+\rho) = \frac{\Phi_0}{c}(1+\rho).$$

Підставляємо числові значення

$$F = \frac{0.6}{3 \cdot 10^8}(1+1) = 4 \cdot 10^{-9} = 4\text{нН}.$$

Кількість фотонів, що падають на поверхню за 1 с дорівнює відношенню потоку випромінювання до енергії одного фотона ($\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$), тобто

$$N = \frac{\Phi_0}{\varepsilon} = \frac{\Phi_0 \lambda}{hc}.$$

$$N = \frac{0,6 \cdot 662 \cdot 10^{-9}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18}\text{с}^{-1}.$$

Відповідь: $F = 4\text{нН}$, $N = 2 \cdot 10^{18}\text{с}^{-1}$

Задача 1.11. Знайти тиск світла на стінки електричної лампочки потужністю $N = 100\text{Вт}$. Колба лампи являє собою сферу радіусом $R = 5$ см. Колба лампи відбиває 10% світла, що падає на неї. Вважати, що вся споживана енергія йде на випромінювання.

N =100 Вт R= 5 см ρ= 0,1	
p - ?	

Розв'язання

Величину світлового тиску на внутрішню поверхню колби лампи з коефіцієнтом відбивання ρ знайдемо за формулою

$$p = \frac{W}{c}(1+\rho),$$

де W – енергія, що падає на одиницю площі поверхні колби лампочки за одиницю часу, тобто

$$W = \frac{N}{4\pi R^2}.$$

Отже, світловий тиск на внутрішню поверхню колби лампи буде

$$p = \frac{N}{4\pi c R^2}(1+\rho).$$

$$p = \frac{100}{4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}(1+0,1) = 1,17 \cdot 10^{-5}\text{Па}.$$

Відповідь: $p = 1,17 \cdot 10^{-5}\text{Па}$

Задача 1.12. Крапля води об’ємом 0,2 мл нагрівається світлом з довжиною хвилі 0,75 мкм, поглинаючи щосекунди 10^{10} фотонів. Визначити швидкість нагрівання води.

Розв’язання

$V = 0,2 мл$ $\lambda = 0,75 мкм$ $n = 10^{10}$	
$\Delta T/\Delta t - ?$	

Кількість теплоти, яку отримала вода,

$$Q = c_b m \Delta T, \quad (1)$$

де m – маса краплі води; c_b – питома теплоємність води; ΔT – зміна температури води при її нагріванні.

Кількість енергії, яку віддало світло за проміжок часу Δt ,

$$W = n\varepsilon\Delta t, \quad (2)$$

де ε – енергія одного фотона. Нехтуючи всіма можливими втратами, вважаємо, що вся енергія, яку отримала крапля, йде на її нагрів. Тобто $W = Q$, або, враховуючи вираз (1) і (2),

$$n \cdot \varepsilon \cdot \Delta t = c_b \cdot m \cdot \Delta T,$$

звідки находимо швидкість нагрівання води:

$$\Delta T/\Delta t = n\varepsilon/(mc_b). \quad (3)$$

Враховуючи, що $m = \rho V$, де ρ – густина води, і $\varepsilon = hc/\lambda$, перепишемо вираз (3) у зручній для розрахунку формі

$$\Delta T/\Delta t = nhc/\lambda\rho V c_b.$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{10^{10} \cdot 6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{75 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{3} \cdot 0.2 \cdot 10^{-8} \cdot 4.2 \cdot 10^{3}} \frac{K}{c} = 3.15 \cdot 10^{-9} K/c.$$

Відповідь: $\Delta T/\Delta t = 3.15 \cdot 10^{-9} K/c.$

Задача 1.13. Пучок світла з довжиною хвилі 0,49 мкм, падаючи перпендикулярно поверхні, чинить на неї тиск 5 мкПа. Скільки фотонів падає щосекунди на 1 м^2 цієї поверхні? Коефіцієнт відбивання світла від даної поверхні 0,25.

Розв’язання

$\rho = 0,25$ $\lambda = 0,49 мкм$ $p = 5 мкПа$	
$n - ?$	

З формули світлового тиску $p = I(1+\rho)/c$ знайдемо енергію всіх фотонів, які падають на 1 м^2 поверхні за 1 с:

$$I = pc/(1+\rho).$$

Енергію одного фотона находимо з відношення

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda.$$

Отже, число фотонів, які падають щосекунди на 1 м^2 поверхні лампи, дорівнює

$$n = \frac{I}{\varepsilon} = \frac{p\lambda}{h(1+\rho)};$$

$$n = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 49 \cdot 10^{-8}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot (1+0,25)} м^{-2} \cdot c^{-1} = 2,9 \cdot 10^{21} м^{-2} \cdot c^{-1}$$

Відповідь: $n = 2,9 \cdot 10^{21} м^{-2} \cdot c^{-1}$

Задача 1.14. Молекулярний лазер безперервної дії на CO_2 з газодинамічним способом збудження випромінює інфрачервоне світло потужністю 100 кВт. Площа перерізу лазерного пучка S = 1 см^2. Визначити, на яку глибину можна «висвердлити» отвір у сталевій плиті за 5 с, температура якої Т =290 К. К.к.д. використання енергії становить 0,5.

Розв'язання

N = 100 кВт = 10^5Вт	
S = 1 см^2 = 10^{-4}м^2	
T = 290 К	
t = 5 с	
η = 0,5	
ℓ - ?	

Якщо лазерний пучок випромінювання спрямувати перпендикулярно до поверхні сталевої плити, то відбуватимуться процеси нагрівання, плавлення і випаровування сталі. Діаметр отвору дорівнюватиме діаметру лазерного пучка. Для спрощення вважатимемо, що сталь, об'єм якої $V = Sl$ (де S – площа перерізу висвердленого отвору, ℓ — його глибина), спочатку нагрівається, а потім плавиться, к.к.д. враховує розсіювання енергії на нагрівання сталевої плити, теплопередачу і випаровування сталі в глибині ямки. Спираючись на це, запишемо рівняння теплового балансу:

$$0,5Q = Q_1 + Q_2 \qquad (1)$$

де $Q = Nt$ — енергія, яка передається через площу S за час t; $Q_1 = cm(T_r - T)$ – кількість теплоти, яку потрібно затратити для нагрівання сталевого тіла об'ємом V від початкової температури Т до температури плавлення Тп; c – питома теплоємність сталі; $Q_2 = \lambda m$ – кількість теплоти, яку потрібно затратити, щоб розплавити сталеве тіло об'ємом V; λ – питома теплота плавлення сталі. Отже, рівняння (1) набуває вигляду

$$0,5Nt = cm\left(T_i - T\right) + \lambda m = m\left[c\left(T_i - T\right) + \lambda\right] = \rho S\ell\left[c\left(T_i - T\right) + \lambda\right] \qquad (2)$$

де ℓ — глибина просвердленого отвору; ρ — густина сталі.

З виразу (2) знайдемо

$$\ell = \frac{0,5Nt}{\rho S\left[c\left(T_n - T\right) + \lambda\right]}$$

Обчислимо ℓ:

$$\ell = \frac{0,5 \cdot 5 \cdot 10^5}{7900 \cdot 10^{-4} \cdot \left[500(1803 - 290) + 2.72 \cdot 10^5\right]} = 0,3\ (м)$$

Відповідь: $\ell = 0,3\ м$

Задача1.15. Твердотілий лазер, активним середовищем якого є скло з домішкою неодиму (Nd), в імпульсній вільній генерації розвиває потужність 10^6 Вт у вигляді майже паралельного пучка з площею перерізу 0,6 см^2. Довжина хвилі лазерного випромінювання 1,058 мкм. Визначити: густину фотонів у світловому пучку та тиск світла на площину, розміщену перпендикулярно до пучка. Коефіцієнт відбивання світла ρ = 0,5. Розрахунки тиску зробити за допомогою корпускулярних понять.

Розв'язання

Згідно з корпускулярною теорією світло – це потік фотонів. За гіпотезою Планка енергія фотона

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda \qquad (1)$$

де h — стала Планка; λ, — довжина хвилі світла; c — швидкість світла у вакуумі.

З урахуванням формули взаємозв'язку між енергією та масою матерії вираз (1) можна записати в такому вигляді: $\varepsilon = h\nu = mc^2$, де m — маса фотона, яка дорівнює $m = h\nu/c^2$

Відповідно імпульс фотона буде

$$p_\gamma = mc = \frac{h\nu}{c^2}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad (2)$$

N = 10^6Вт	
S = 0,6 см^2 = $6 \cdot 10^{-4}$ м^2	
λ = $1.058 \cdot 10^{-6}$м	
ρ = 0,5	
j – ?	

Напрямок імпульсу фотона збігається з напрямком поширення світла.

Врахувавши величину енергії фотона за виразом (1), знайдемо число фотонів, які проходять за одиницю часу крізь одиницю площі, тобто густину потоку фотонів у світловому пучку лазера j:

$$j=\frac{N}{\varepsilon S}=\frac{N\lambda}{hcS}$$

Обчислимо j:

$$j=\frac{10^6\cdot 1,058\cdot 10^{-6}}{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8\cdot 6\cdot 10^{-5}}=8,9\cdot 10^{28}\,м^{-2}с^{-1}$$

Знайдемо формулу для визначення тиску світла. Сила тиску світла на довільну площину S дорівнює зміні імпульсу фотонів внаслідок їх удару об цю площину. У разі відбивання фотона від площини, коли $\vec{p}$ перпендикулярний до неї, зміна імпульсу фотона буде

$$\Delta p_\gamma^{'}=-p_\gamma^{'}-p_\gamma=-2p_\gamma \tag{3}$$

у разі поглинання ділянкою фотона зміна імпульсу буде

$$\Delta p_\gamma^{''}=0-p_\gamma=-p_\gamma \tag{4}$$

де $p_\gamma^{'}$ – імпульс відбитого фотона.

Якщо за певний інтервал часу Δt об площину удариться n фотонів, із них n_1 відіб'ється, а

$$n_2=n-n_1$$

поглинеться, то сумарна зміна імпульсу всіх фотонів, що зіткнулися з площиною S, буде

$$\Delta p=n_1\Delta p_\gamma^{'}+n_2\Delta p_\gamma^{''}=n_1\Delta p_\gamma^{'}+(n-n_1)\Delta p_\gamma^{''}$$

Підставивши у цю формулу значення і відповідно з виразів (3) і (4), дістанемо

$$\Delta p=(n+n_1)\Delta p_\gamma \tag{5}$$

За відомим коефіцієнтом відбивання світла (відношення енергії відбитого світла до енергії падаючого) легко знайти число відбитих фотонів n_1:

$$\rho=\frac{n_1\varepsilon}{n\varepsilon}=\frac{n_1}{n},\text{звідки } n\rho=n_1$$

Підставимо це значення n_1, у вираз (5) і знайдемо:

$$\Delta p=(n+n\rho)\Delta p_\gamma=n\cdot(1+\rho)\Delta p_\gamma \tag{6}$$

Згідно з третім законом Ньютона імпульс який діє на площину, дорівнює зміні імпульсу фотонів з протилежним знаком, тобто

$$-\Delta p=\langle F\rangle\Delta t$$

Тоді величина тиску світла на площину буде

$$p=\frac{\langle F\rangle}{S}=\frac{\Delta p}{\Delta t S}$$

Підставимо в цю формулу значення Δp з виразу (6) і дістанемо

$$p=n(1+\rho)p_\gamma/S\Delta t$$

Оскільки число фотонів, які проходять крізь одиницю площі за одиницю часу, є густина потоку фотонів j, то останній вираз можна записати у вигляді:

$$p=j\cdot(1+\rho)\cdot p_\gamma$$

або, підставивши вираз імпульсу фотона із залежності (2), одержимо робочу формулу для обчислення тиску світла

$$p=jh(1+\rho)/\lambda$$

Знайдемо числове значення тиску світла за цією формулою:

$$p=\frac{6,63\cdot 10^{-34}}{1,058\cdot 10^{-6}}8,9\cdot 10^{28}(1+05)=83,7(\text{Па})$$

Відповідь: $j = 8,9\cdot 10^{28}$ м$^{-2}$с$^{-1}$; p= 83,7 Па.

Рентгенівське випромінювання.
Ефект Компотна

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 252 – 257.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 666 – 667; 753 – 757.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 248 – 261.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 393 – 395.
5. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 554 – 558; 657 – 662.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Що таке Рентгенівське випромінювання? Його властивості і місце на шкалі електромагнітних хвиль. Джерела рентгенівського випромінювання.
- Суцільний рентгенівський спектр та його особливості. Короткохвильова межа рентгенівського спектру.
- Характеристичний рентгенівський спектр та його особливості.
- Поглинання рентгенівського випромінювання. Його особливості.
- Масові та атомні коефіцієнти поглинання та розсіювання. Їх залежність від довжини хвилі випромінювання та роду речовини на яку воно падає. Рентгенівська флуоресценція.
- Дифракція рентгенівських променів. Умови її спостереження. Формула Вульфа-Бреггів.
- Розсіювання Х-променів. Формула Томпсона.
- У чому полягає явище Комптон-ефекту? Експериментальні закономірності Комптон-ефекту.
- У чому відмінність між фотоефектом та ефектом Комптона?

Вміти:

- Пояснити механізм утворення суцільного і характеристичного рентгенівського спектру. Обгрунтувати наявність короткохвильової межі.
- Виводити формулу, яка визначає зміну інтенсивності Х-променів при проходженні через речовину. Розраховувати товщину шару половинного ослаблення.
- Розраховувати сталу Планка за відомою короткохвильовою межею
- Виводити формулу Комптона. Знаходити енергію електронів віддачі.
- Пояснювати закономірності, які спостерігаються у розподілі інтенсивності зміщеної та не зміщеної компонент.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.18 – 6-20, 6.30 – 6.35.

Питання для самоперевірки

1. Яке місце на шкалі електромагнітних хвиль займає рентгенівський діапазон?
2. Як утворюються рентгенівські промені? Які основні властивості рентгенівських променів?
3. На які два типи діляться рентгенівські промені?
4. Які особливості спектрів суцільного і характеристичного випромінювань?
5. З якими процесами пов'язано поглинання і розсіювання рентгенівських променів?
6. Які умови дифракції рентгенівських променів
7. Які особливості має істинне (без урахування розсіяння) поглинання рентгенівських променів?
8. Від чого залежить характер суцільного рентгенівського спектру? Як він міняється при зростанні прискорюючого потенціалу?
9. Чи залежить розсіяння рентгенівських променів від довжини хвилі?
10. У чому істотна відмінність рентгенівського характеристичного випромінювання від оптичного?
11. У чому полягає явище Комптон-эффекта?
12. У чому принципова відмінність фотоефекту від Комптон-эффекта?

Тестові завдання

1. За якою формулою визначають короткохвильову межу гальмівного рентгенівського спектру?

А	Б	В	Г
$\lambda_{\min} = hc/\varepsilon_{\Phi}$	$\lambda_{\min} = hc/eU$	$\Delta\lambda = 2h\sin^2(\theta/2)/m_0c,$	$\lambda = hc/A$

2. Запишіть закон збереження енергії при взаємодії швидкого електрона із антикатодом у рентгенівській трубці?

А	Б	В	Г
$W_p + W_k = E$	$h\nu = (m\upsilon_{\max}^2/2) + A$	$h\nu = (m\upsilon_{\max}^2/2) - E_{внутр}$	$h\nu = (m\upsilon_{\max}^2/2) + E_{внутр}$

3. Яка з наведених формул визначає зміну довжини хвилі в ефекті Комптона?

А	Б	В	Г
$k\Delta\lambda = 2d\sin\theta$	$\Delta\lambda = 2h\sin^2(\theta/2)/m_0c,$	$\lambda_k = h/m_0c$	$\lambda_{\min} = hc/eU$

4. Якою формулою описується зменшення інтенсивності Х-випромінювання при проходженні через шар речовини?

А	Б	В	Г
$I = I_0\exp(-\mu_m\rho d)$	$I = I_0\exp(\mu_m\rho d)$	$I = I_0(1+\cos^2\varphi)$	$I = 0{,}5I_0\cos^2\varphi$

5. Якому куту розсіювання Ω відповідає максимальне комптонівське зміщення?

А	Б	В	Г
$\Omega = \pi/2$	$\Omega = \pi$	$\Omega = 3\pi/2$	$\Omega = 2\pi$

6. Чому в ефекті Компотна величина зміщення не залежить від роду речовини на якій спостерігаємо розсіювання?

А	Б	В	Г
Взаємодія фотона зі зв'язаними електронами речовини однакова для усіх речовин	Взаємодія фотона з вільними електронами речовини однакова для усіх речовин	Взаємодія фотона з ядром атома призводить до зміни довжини хвилі фотона	Взаємодія фотона з електронами у речовині відбувається за однаковими законами

7. Чому в ефекті Компотна поряд із зміщеною компонентою спостерігається і не зміщена?

А	Б	В	Г
Взаємодія фотона зі зв'язаними електронами речовини однакова для усіх речовин	Взаємодія фотона з вільними електронами речовини однакова для усіх речовин	Взаємодія фотона з ядром атома не призводить до зміни довжини хвилі фотона	Взаємодія фотона з електронами у речовині відбувається за однаковими законами

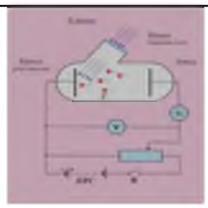
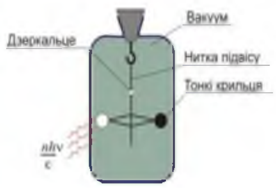
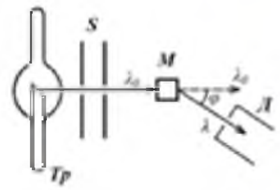
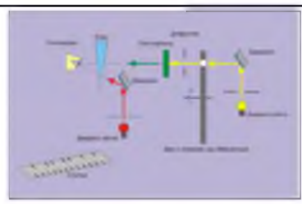
8. За якою формулою визначається відносне зменшення енергії фотона у ефекті Комптона?

А	Б	В	Г
$W_e/\varepsilon_{0ф} = \lambda + \Delta\lambda/\Delta\lambda$	$W_e/\varepsilon_{0ф} = \Delta\lambda/\lambda + \Delta\lambda$	$W_e/\varepsilon_{0ф} = \Delta\lambda/\lambda$	$W_e/\varepsilon_{0ф} = \lambda/\Delta\lambda$

9. Комптонівська довжина хвилі визначається з формули:

А	Б	В	Г
$\lambda = hc/A$	$\lambda_{\min} = hc/eU$	$\lambda_k = h/m_0 c$	$\lambda_{\min} = hc/\varepsilon_Ф$

10. На якому рисунку представлено схему дослідів Комптона?

А	Б	В	Г
			

Приклади розв'язування задач

Задача 1.16. Швидкість електрона, що підлітає до антикатода рентгенівської трубки, дорівнює: $\upsilon = 10^{10}$ см/с. Визначити короткохвильову границю гальмівного рентгенівського випромінювання.

Розв'язання.

$\upsilon = 10^{10}$ см/с
$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

λ_0 - ?

Оскільки швидкість електрона наближається до швидкості світла, то його треба розглядати як релятивістську частинку. Тому короткохвильова границя визначається:

$$hc/\lambda_0 = mc^2\left(\left(1/\sqrt{1-\beta^2}\right) - 1\right)$$

де $\beta = \upsilon/c$. Для довжини хвилі матимемо:

$$\lambda_0 = h/mc\left(\left(1/\sqrt{1-\beta^2}\right) - 1\right) = \Lambda_0/\left(1/\sqrt{1-\beta^2}\right) - 1$$

де $\Lambda_0 = h/mc = 2{,}42\cdot10^{-10}см$ – комптонівська довжина хвилі електрона. Підставляючи у вираз для λ_0 значення Λ_0 і υ знаходимо: $\lambda_0 = 0{,}4\ \overset{0}{A}$.

Відповідь: $\lambda_0 = 0{,}4$ Å

Задача 1.17. Обчислити товщину алюмінієвої фольги, потрібної для ослаблення рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі 1,94 Å в 40 раз, якщо відомо, що масовий коефіцієнт ослаблення дорівнює цьому разі $\mu_{мас}$ = 94 *см²/г*. Визначити також лінійний і атомний коефіцієнти ослаблення цих променів.

$I_0/I = 40$ $\mu_{мас} = 94\ см^2/г$	
λ_0 - ?	

Розв'язання.

Товщину плівки обчислюємо за допомогою формули:

$$I/I_0 = 1/40 = e^{-\mu_{мас}\rho d}$$

Звідси, підставляючи ρ = 2,7 *г/см³* – густину алюмінію, знайдемо:

$$d = \ell n\ 40/\mu_{мас}\cdot\rho = 0{,}1453\cdot мм.$$

Лінійний коефіцієнт ослаблення в даному разі $\mu = \mu_{мас} A/N_A = 4{,}22\cdot10^{-21}см^2$.

Відомо, що μ_a має зміст ефективного перерізу атома для даної взаємодії – розсіювання і поглинання даного випромінювання. Тому цікаво порівняти μ_a з площею першої орбіти К-електрона в атомі *Al*.

З теорії Бора відомо, що радіус першої орбіти в атомі з зарядом ядра *Z* дорівнює: $a_1 = a_0/Z$; $a_0 = 0{,}529\cdot10^{-8}см$ – радіус першої орбіти в атомі водню. Підставляючи сюди Z=13, знаходимо $S = \pi a^2 = 5{,}2\cdot10^{-19}см^2$. Ця величина значно більша за μ_a, що вказує на малу ймовірність процесу розсіювання і поглинання, випромінювання даної довжини хвилі.

Відповідь: $d = 0{,}1453\cdot мм.$

Задача 1.18. У результаті ефекту Комптона фотон після співудару з електроном відхиляється на кут $\theta = 90^o$. Енергія розсіяного фотона $\varepsilon_2 = 0.4MeB$. Визначити енергію ε_1 фотона до розсіювання.

$\varepsilon_2 = 0,4MeB$ $\theta = 90^o$	
ε_1 -?	

Розв'язання

Для визначення енергії первинного фотона скористаємось формулою Комптона:

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

$\Delta\lambda$ - зміна довжини хвилі фотона внаслідок розсіювання на вільному електроні; $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$; *h*- стала Планка; m_0 - маса спокою електрона; с- швидкість світла у вакуумі; θ - кут розсіювання фотона.

Перетворимо цю формулу так: змінимо $\Delta\lambda$ на $\lambda' - \lambda$; виразимо довжини хвиль λ' з λ через енергії ε_2 та ε_1 відповідних фотонів, скориставшись формулами

$$\varepsilon_2 = hc/\lambda' \text{ і } \varepsilon_1 = hc/\lambda;$$

Помножимо чисельник і знаменник правої частини на с. Отримаємо

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = 2\frac{hc}{m_0c^2}\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Скориставшись рівнянням *hc* і знайдемо з одержаного виразу шукану енергію:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0c^2}{m_0c^2 - 2\varepsilon_2\sin^2\dfrac{\theta}{2}} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2\sin^2\dfrac{\theta}{2}},$$

де E_0 - енергія спокою електрона.

Візьмемо з довільних таблиць значення енергії спокою електрона в мегаелектронвольтах і обчислимо початкову енергію фотона:

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,51}{0,51 - 2 \cdot 0,4 \sin^2 \frac{90^o}{2}} = 1,85(MeB) \cdot$$

Відповідь: $\varepsilon_1 = 1,85(MeB)$.

Задача 1.19. Фотон з енергією $\varepsilon_1 = 0,75MeB$ розсіявся на вільному електроні під кутом $\theta = 60^o$. Вважаючи кінетичну енергію електрона до співудару з фотоном дуже малою, визначити: енергію розсіяного фотона; кінетичну енергію $E_{к.в.}$ електрона віддачі.

$\varepsilon_1 = 0,75MeB$
$\theta = 60^o$
$\varepsilon_2 - ?\ \varepsilon_{к.в} - ?$

Розв'язання

Енергію розсіяного фотона визначимо, перетворивши формулу Комптона:

$$\lambda^{/} - \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

де $\lambda^{/}, \lambda$ - довжини хвиль відповідно розсіяного і падаючого фотонів.

Виразимо довжини хвиль через енергію фотонів:

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta),$$

де $E_o = m_o c^2$.

Підставивши числові значення величин, дістанемо

$$E_2 = \frac{0,75 \cdot 0,51}{0,75 \cdot (1 - \cos 60^o) + 0,51} \approx 0,43(MeB).$$

Кінетична енергія електрона віддачі, згідно із законом збереження енергії, дорівнює різниці падаючого і розсіяного фотонів:

$$E_{к.в.} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0,75 - 0,43 = 0,32(MeB).$$

Відповідь: $\varepsilon_2 = 0,43MeB;\ E_{к.в.} = 0,32MeB.$

Тема 2
ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ РЕЧОВИНИ

Закони і основні формули теми

Назва	Формула для визначення
Співвідношення де Бройля	$\lambda_Б = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$
Співвідношення невизначеностей Гейзенберга	$\lvert\Delta x\rvert\lvert\Delta p_x\rvert \geq h/2\pi$; $\lvert\Delta y\rvert\lvert\Delta p_y\rvert \geq h/2\pi$; $\lvert\Delta z\rvert\lvert\Delta p_z\rvert \geq h/2\pi$; $\lvert\Delta E\rvert\lvert\Delta t\rvert \geq h/2\pi$.
Імовірнісне тлумачення хвильової функції	$\rho(\vec{r},t) = \lvert\Psi(\vec{r},t)\rvert^2 = \Psi(\vec{r},t)^*\Psi(\vec{r},t)$ $\rho(\vec{r},t)$ – густина ймовірності
Імовірність перебування частинки в момент часу t в об'ємі простору dV, який оточує точку з радіус вектором $\vec{r}$	$dw = \rho(\vec{r},t)dV$
Умова нормування хвильової функції	$\int \lvert\Psi(\vec{r},t)\rvert^2\, dV = 1$
Часове рівняння Шредінгера	$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r},t) + U(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)$
Стаціонарне рівняння Шредінгера	$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}\big(E - U(\vec{r})\big)\psi(\vec{r}) = 0$
Хвильова функція стаціонарного стану	$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})e^{-i\omega t}, \qquad \omega = E/\hbar$
Нормована власна функція і власне значення рівняння Шредінгура для частинки в нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною l, з абсолютно непроникними стінками	$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}sin\frac{\pi n}{l}x,$ $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$
Дозволені рівні енергії квантового гармонічного осцилятора	$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$
Нормовані власні функції двох найнижчих енергетичних рівнів квантового гармонічного осцилятора	$\psi_0 = \frac{2^{1/4}}{\pi^{1/4}}a^{1/2}e^{-(ax)^2}$; $\psi_1 = \frac{2^{5/2}}{\pi^{1/4}}a^{3/2}e^{-(ax)^2}$. $a = \frac{m\omega}{\hbar}$
Коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра довільної форми	$D = D_0 exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U-E}dx\right)$, часто вважають $D_0 \approx 1$
Коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра прямокутної форми	$D = D_0 exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E}\right)l,$ $D_0 \approx 1$

Хвилі де Бройля
Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 272 – 282.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 671 – 674.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 63 – 76.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 580 – 590.
5. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 440 – 442.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Зміст гіпотези де-Бройля. Довжина хвилі де-Бройля. Фізична природа хвиль де-Бройля. Властивості хвиль де-Бройля.
- Експериментальне обгрунтування гіпотези. Досліди Девіссона-Джермера.
- Фізичний зміст принципу невизначеностей.
- В яких випадках необхідно застосовувати принцип невизначеностей Гейзенберга?

Вміти:

- Знаходити групову і фазову швидкість хвиль де Бройля.
- Пояснювати результати експериментальних досліджень дифракції електронів
- Пояснювати фізичний зміст принципу Гейзенберга.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.36 – 6.43, 6.44 – 6.47, 6.-50, 6.51.

Питання для самоперевірки

1. Яка фізична природа хвиль де Бройля?
2. У чому підтверджується гіпотеза де Бройля?
3. У чому фізичний сенс принципу невизначеності?
4. У яких випадках потрібне застосування принципу невизначеності?
5. Якщо речовина має хвильову природу, то чому хвильовий характер не проявляється в повсякденних явищах?
6. Що таке фазова швидкість частинки? Що вона визначає?
7. Що визначає групова швидкість частинки?
8. Який зв'язок між фазовою та груповою швидкістю?
9. Що таке хвильовий пакет? Чи можна вказати у якій точці хвильового пакета перебуває частинка? Неспроможність гіпотези Шредінгера про хвильові пакети.
10. Який фізичний зміст хвильової функції? Її фізичний зміст.

Тестові завдання

1. За якою формулою визначається довжина хвилі де Бройля?

А	Б	В	Г
$\lambda = hc/A$	$\lambda_k = h/m_0c$	$\lambda = h/p,$	$\lambda = hc/eU$

2. Яка формула визначає довжину хвилі де Бройля релятивіської частинки масою m_0, якщо вона рухається зі швидкістю υ.?

А	Б	В	Г
$\lambda = hc/A$	$\lambda_k = h/m_0 c$	$\lambda = h\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}/m_0\upsilon$	$\lambda = h/p$,

3. За якою формулою визначається довжина хвилі де Бройля частинки, яка пройшла прискорюючи різницю потенціалів U за умови $\upsilon << c$?

А	Б	В	Г
$\lambda = h\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}/m_0\upsilon$	$\lambda = hc/eU$	$\lambda = h/\sqrt{2m_0 eU}$,	$\lambda = h/m_0 c$

4. За якою формулою визначається довжина хвилі де Бройля частинки, яка пройшла прискорюючи різницю потенціалів U за умови $\upsilon/c \approx 1$?

А	Б	В	Г
$\lambda = h\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}/m_0\upsilon$	$\lambda = h/\sqrt{2m_0 eU}$,	$\lambda = hc/\sqrt{eU(2E_0 + eU)}$	$\lambda = h/m_0 c$

5. За якою формулою визначається групова швидкість хвиль де Бройля?

А	Б	В	Г
$\upsilon = \omega/k$	$\upsilon = d\omega/dk$	$\upsilon = \sqrt{2eU/m_0}$	$\upsilon = \lambda\nu$

6. Яка формула точно описує результати досліджень по дифракції електронів?

А	Б	В	Г
$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\Omega} = k\lambda$	$d\sin\Omega = k\lambda$	$2d\sin\Omega = k\lambda$	$2d\sqrt{\mu^2 - \cos^2\Omega} = k\lambda$

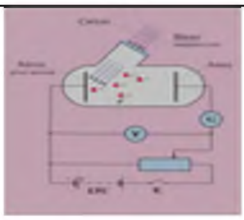
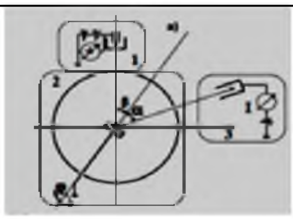
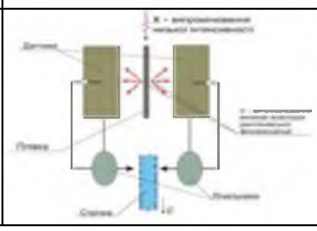
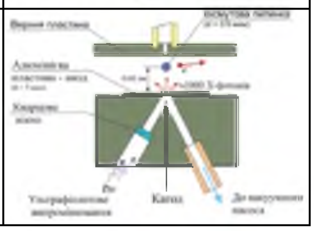
7. З класичної фізики відомо, що інтенсивність хвилі пропорціональна квадрату її амплітуди $I \sim f\left(A^2\right)$. Який зв'язок між енергією частинки та амплітудою хвиль де Бройля у квантовій фізиці?

А	Б	В	Г
Той же самий	Пропорціональна амплітуді	Обернено пропорціональна амплітуді	Не існує

8. Хто вперше виявив хвильові властивості електронів?

А	Б	В	Г
де Бройль-Гейзенбер	Девіссон-Джермер	Франк-Герц	Йоффе-Добронравов

9. На якому рисунку показано схему досліду по виявленню електронних хвиль?

А	Б	В	Г
			

10. Чи існують у природі такі стани квантової системи, в яких її кінетична та потенціальна енергія були б визначені водночас?

А	Ні, бо кінетична енергія є функціє імпульсів, а потенціальна – координат. Тому внаслідок співвідношення невизначеностей кінетична і потенціальна енергія не можуть мати одночасно визначені значення.
Б	Можуть, бо справедливий закон збереження енергії
В	Ні, бо поняття потенціальної енергії пов’язане з гіпотезою близькодії, а поняття кінетичної енергії є універсальним
Г	Можуть, але лише для частинок маса спокою яких рівна нулеві

Приклади розв’язування задач

Задача 2.1. Електрон, початковою швидкістю якого можна знехтувати, пройшов прискорювальну різницю потенціалів U. Знайти довжину хвилі де Бройля для $U_1 = 20$ В і $U_2 = 600$ кВ.

Розв’язання

Довжину хвилі де Бройля визначимо за формулою

$$\lambda = h/p,$$

де $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot c$ – стала Планка; p – імпульс частинки (в нашому випадку – електрона).

Імпульс частинки можна визначити, якщо відома її кінетична енергія. Розглянемо два випадки:

1) частинка нерелятивістська (це буде в тому разі, коли кінетична енергія частинки значно менша за її енергію в стані спокою);

2) частинка релятивістська (коли кінетична енергія частинки порівнянна з енергією частинки в стані спокою).

У першому класичному випадку зв'язок між імпульсом і кінетичною енергією частинки визначимо так:

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}, \qquad (1)$$

де m – маса частинки; υ – швидкість частинки.

Виконаємо такі перетворення виразу (1). Помножимо ліву і праву його частини на $2m$. Одержимо $2mE_к = m^2\upsilon^2 = p^2$, звідки

$$p = \sqrt{2mE_e}.$$

У другому випадку, тобто коли частинка релятивістська, імпульс знайдемо за співвідношенням між енергією і масою частинки:

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} c^2, \qquad (2)$$

де m – маса частинки, яка рухається зі швидкістю υ; m_0 – маса частинки в стані спокою; c – швидкість світла.

Перетворимо цей вираз так:

$$E\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} = m_0 c^2; \qquad E^2\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^4; \qquad E^2 - E^2\frac{\upsilon^2}{c^2} = m_0^2 c^4;\ E^2 - \frac{m^2\upsilon^2 c^4}{c^2} = m_0^2 c^4;$$

$E^2 - c^2p^2 = m_0^2c^4$, звідки

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m_0^2c^4} = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2}, \qquad (3)$$

де $E_0 = m_0c^2$ – енергія частинки, яка перебуває в стані спокою.

Перетворимо вираз (в), врахувавши, що кінетична енергія релятивістської частинки

$$E_к = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2;$$

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(E+E_0)(E-E_0)} = \frac{1}{c}\sqrt{(E_0+E_к+E_0)E_к} = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0+E_к)E_к}.$$

Отже, вирази для визначення довжини хвилі де Бройля частинки через її кінетичну енергію мають такий вигляд:

для нерелятивістської частинки $$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_к}};\qquad(4)$$

для релятивістської частинки $$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{(2E_0+E_к)E_к}}.\qquad(5)$$

Знайдемо числові значення довжини хвилі де Бройля електрона.

Визначимо кінетичну енергію електрона, який подолав прискорювальну різницю потенціалів U:

$$E_{к1} = eU_1 = 1,6\cdot10^{-19}\cdot 20 = 3,2\cdot10^{-18}\,(Дж) = 20\,(еВ);$$

$$E_{к2} = eU_2 = 1,6\cdot10^{-19}\cdot 6\cdot10^{5} = 9,6\cdot10^{-14}\,(Дж) = 0,6\,(МеВ);$$

Обчислимо енергію електрона у стані спокою:

$$E_0 = m_0c^2 = 9,11\cdot10^{-31}\cdot 9\cdot10^{16} = 8,2\cdot10^{-14}\,(Дж) = 0,51\,(МеВ).$$

Порівнянням кінетичної енергії електрона та його енергії у стані спокою E_0 виявлено, що $E_{к1} \le E_0$ і що значення $E_{к2}$ порівнюване зі значенням E_0. Тому в першому випадку для визначення λ можна застосувати формулу (4), а в другому – слід застосувати формулу (5). Виконаємо обчислення:

$$\lambda_1 = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9,11\cdot10^{-31}\cdot 3,2\cdot10^{-18}}} = 2,75\cdot10^{-10}\ (м) = 2,75\,Å;$$

$$\lambda = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{\frac{1}{3\cdot10^{8}}\sqrt{(2\cdot 8,2\cdot10^{-14}+9,6\cdot10^{-14})9,6\cdot10^{-14}}} = 1,3\cdot10^{-12}\,(м) = 0,013\,Å.$$

Відповідь: $\lambda_1 = 2,75\,Å$; $\lambda_2 = 0,013\,Å$.

Задача 2.2. Водень перебуває у стані термодинамічної рівноваги за температури T = 300 K. Знайти довжину хвилі де Бройля молекули водню, швидкість якої дорівнює найімовірнішій швидкості молекул.

Розв'язання

$T = 300\,K$
$N_4 = 6{,}02\cdot10^{23}\,\frac{моль}{кг}$
$\lambda_Б - ?$

Довжину хвилі де Бройля визначимо за формулою

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon},\qquad(1)$$

де λ – стала Планка; p, m, υ – відповідно імпульс, маса і швидкість частинки.

Масу частинки знайдемо за формулою

$$m = \frac{\mu}{N_A},\qquad(2)$$

де μ – маса 1 кмоль водню; N_A – число Авогадро.

За умовою задачі швидкість молекули водню дорівнює найімовірнішій швидкості молекул, яку визначаємо за формулою

$$\upsilon_i = \sqrt{2\frac{RT}{\mu}},\qquad(3)$$

де R – універсальна газова стала; T – температура водню; μ – маса 1 кіломоль водню.

Знайдемо робочу формулу для обчислення довжини хвилі де Бройля. Для цього у вираз (1) підставимо значення m і υ_i, відповідно з формул (2) і (3):

$$\lambda = \frac{h}{\frac{\mu}{N_A}\sqrt{2\frac{RT}{\mu}}} = \frac{h}{\sqrt{2\mu RT}}.$$

Обчислимо λ за цією формулою:

$$\lambda = \frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot6,02\cdot10^{26}}{\sqrt{2\cdot2\cdot8,31\cdot10^{3}\cdot300}} = 1,3\cdot10^{-10}(м) = 1,3\,\text{Å}.$$

Відповідь: $\lambda = 1,3\,\text{Å}$.

Задача 2.3. Паралельний пучок електронів, які рухаються з однаковою швидкістю 10^6 м/с, падає перпендикулярно на пластину зі щілиною завширшки b = 0,1 мм. Враховуючи хвильові властивості електронів, визначити ширину паралельного дифракційного максимуму Δx, який спостерігається на екрані, що знаходиться на відстані 20 см від щілини (мал.1). Порівняти Δx із шириною щілини b.

b = 0,1 мм = 10^{-4} м.
$\upsilon = 10^6$ м/с.
$l = 20$ см = 0,2 м.
$\Delta x - ?$

Розв'язування

Згідно з формулою де Бройля довжина хвилі λ, що відповідає електрону, який рухається зі швидкістю υ, становить

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon}, \qquad (1)$$

де p – імпульс, m – маса електрона.

Внаслідок проходження паралельного пучка монохроматичних електронних хвиль крізь щілину відбувається їх дифракція. В результаті інтерференції хвиль, що зазнали дифракції, на екрані виникнуть зображення щілини у вигляді смуг (максимумів і мінімумів).

Інтенсивність розподілу дифрагованих електронних хвиль на екрані ілюструє рисунок 1. Ширина центрального дифракційного максимуму дорівнює відстані між двома мінімумами першого порядку. Позначимо цю відстань Δx.

У разі дифракції паралельного пучка монохроматичних хвиль на одній вузькій щілині напрямки, в яких амплітуда коливань променів, що зазнали дифракції, мінімальна, визначимо з умови

$$b\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, \qquad (2)$$

Де k = 1,2,3,... ; b – ширина щілини.

У нашому прикладі, тобто для мінімумів першого порядку, k = 1. Тому вираз набуває вигляду

$$b\sin\varphi = \pm\lambda, \qquad (3)$$

Оскільки для мінімуму першого порядку кут φ явно малий, то можна вважати, що $\sin\varphi = \varphi$.

З урахуванням цього перепишемо вираз (в) так:

$$\varphi = \pm\frac{\lambda}{b}. \qquad (4)$$

Шукана величина Δx, як видно з малюнку, дорівнює

$$\Delta x = 2l\,tg\varphi = 2l\varphi,$$

оскільки за малих кутів $tg\varphi = \varphi$.

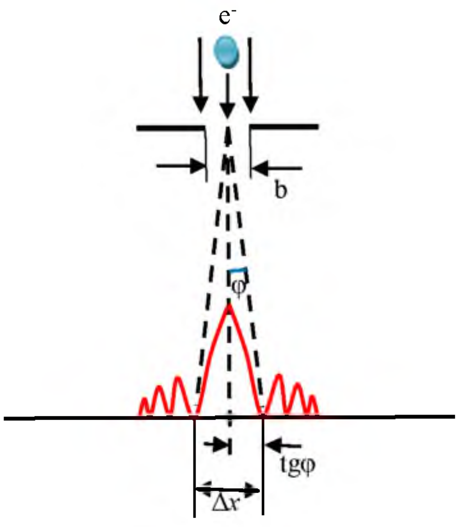


Рис. 1 Дифракція елеутронних хвиль

Підставимо в цю формулу абсолютне значення φ з виразу (4). Одержимо

$$\Delta x = 2l\frac{\lambda}{b}. \qquad (5)$$

Значення λ з рівняння (1) підставимо у формулу (5). Дістанемо робочу формулу

$$\Delta x = 2l\frac{h}{m\upsilon}\cdot\frac{1}{b}. \qquad (6)$$

Виконаємо обчислення: $\Delta x = \dfrac{2\cdot 0,2\cdot 6,63\cdot 10^{-34}}{9,11\cdot 10^{-31}\cdot 10^{6}\cdot 10^{-4}} = 3\cdot 10^{-6}$ (м).

Порівняємо Δx із шириною щілини b:

$\dfrac{\Delta x}{b} = \dfrac{3\cdot 10^{-6}}{10^{-4}} = 3\cdot 10^{-2}$, тобто $\Delta x = 0,03b$.

Відповідь: $\Delta x = 3\cdot 10^{-6}$ м; $\Delta x = 0,03b$.

Задача 2.4. Кінетична енергія електрона в атомі водню є величиною порядку $E_к$ = 10 еВ. Скориставшись співвідношенням невизначеності, оцінити мінімальні лінійні розміри атома водню.

$E_к$ = 10 еВ = $1,6\cdot 10^{-18}$ Дж
l_{min} – ?

Розв'язування

Співвідношення невизначеності для координати та імпульсу

$$\Delta x\Delta p_x \geq \hbar. \qquad (1)$$

Нехай атом водню має лінійні розміри l, тоді електрон перебуватиме в межах ділянки l з невизначеністю $\Delta x = \dfrac{l}{2}$. З урахуванням цього співвідношення невизначеності (1) набуває вигляду $\dfrac{l}{2}\Delta p_x \geq \hbar$, звідки

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta p_x}. \qquad (2)$$

Фізично коректна невизначеність імпульсу Δp не може перевищувати величину самого імпульсу, тобто $\Delta p_x \leq p$. Імпульс p зв'язаний з кінетичною енергією співвідношенням – $p = \sqrt{2mE_к}$.

Замінимо у формулі (2) Δp_x на значення p (при цьому нерівність не порушиться).

$$l \geq \frac{2\hbar}{\sqrt{2mE_к}}. \qquad (3)$$

Перейшовши від нерівності (в) до рівності, дістанемо

$$l_{min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mE_к}}.$$

Обчислимо значення l_{min}:

$$l_{min} = \frac{2\cdot 1,06\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9,11\cdot 10^{-31}\cdot 1,6\cdot 10^{-18}}} = 1,24\cdot 10^{-10} = 1,24\,\mathring{A}\,.$$

Відповідь: $l_{min} = 1,24\,\mathring{A}$

Задача 2.5. Атом випромінює фотон із довжиною хвилі λ = 800 нм. Тривалість випромінювання $\Delta\tau$ = 10 нс. Визначити найвищу точність $\Delta\lambda$, з якою можна виміряти довжину хвилі випромінювання.

Розв'язування

λ = 800 нм $= 8\cdot 10^{-7}$ м
$\Delta\tau$ = 10 нс $= 10^{-8}$ с

$\Delta\lambda - ?$

Співвідношення невизначеності для енергії та часу має вигляд

$$\Delta E \Delta\tau \geq \hbar. \tag{1}$$

Енергія фотона $E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$.

Знайдемо невизначеність енергії:

$$\Delta E = \Delta\left(\frac{hc}{\lambda}\right) = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}, \tag{2}$$

де с — швидкість світла.

Підставимо значення ΔE з виразу (2) у формулу (1). Одержимо

$$\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}\Delta\tau \geq \hbar,$$

звідки

$$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda^2}{2\pi c\Delta\tau}.$$

За отриманою робочою формулою знайдемо числове значення $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{\left(8\cdot 10^{-7}\right)^2}{2\cdot 3{,}14\cdot 3\cdot 10^{-8}\cdot 10^{8}} = 3{,}4\cdot 10^{-14} \text{ (м)}.$$

Відповідь: $\Delta\lambda = 3{,}4\cdot 10^{-14}$ (м).

Рівняння Шредінгера
Задачі квантової механіки

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 283 – 291.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 676 – 696.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 87 – 94.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 599 – 620.
5. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 442 – 446.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Часове та стаціонарне рівняння Шредінгера.
- Фізичний зміст Ψ-функції та її властивості. Умова нормування.
- Особливості стаціонарного стану у квантовій механіці. Принцип суперпозиції.
- Розв’язки стаціонарного рівняння Шредінгера для найпростіших задач.

Вміти:

- Відокремлювати змінні у часовому рівнянні Шредінгера.
- Шукати розв’язки задач про рух вільної частинки, та частинки у нескінченно глибокій потенціальній ямі з абсолютно непроникними стінками.
- Тлумачити фізичний зміст розв’язків рівняння Шредінгера для квантового осцилятора і ротатора.

- ***Розв'язувати задачі*:** 6.55, 6.57, 6.63, 6.65 – 6.71,6.85 – 6.91, 6.92 – 6.96

Питання для самоперевірки

1. Запишіть загальне рівняння Шредінгера.
2. Запишіть одновимірне стаціонарне рівняння Шредінгера для:
   a. вільної частинки, що рухається вздовж осі Oz;
   b. частинки, що перебуває у нескінченно глибокій потенціальній ямі;
   c. частинки, що є квантовим гармонічним осцилятором.
3. Запишіть повний розв'язок рівняння Шредінгера для вільної мікрочастинки. Що описує кожен член розв'язку?
4. Запишіть власні функції і власні значення рівняння Шредінгера для частинки у одномірній нескінченно глибокій потенціальній ямі.
5. Чому дорівнює нормована власна функція частинки в одномірній нескінченно глибокій потенціальній ямі.
6. Якого найменшого значення енергії може набувати часинка в одномірній нескінченно глибокій потенціальній ямі?
7. Що таке квантовий гармонічний осцилятор?
8. Запишіть власні значення рівняння Шредінгера для квантового гармонічного осцилятора.
9. Запишіть власну функцію осцилятора у нульовому стані.
10. Що називають потенціальним бар'єром? Що таке тунельний ефект?
11. Що розуміють під амплітудними коефіцієнтами відбиття, проходження, прозорості?
12. Запишіть вираз для імовірності проходження частинки через потенціальний бар'єр.

Тестові завдання

1. Яка формула визначає стаціонарне рівняння Шредінгера для вільної мікрочастинки?

А	Б	В	Г
$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(r,t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(r))\psi = 0$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{kZe^2}{r}\right)\psi = 0$

2. Якою формулою визначається стаціонарне рівняння Шредінгера лінійного гармонічного осцилятора?

А	Б	В	Г
$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(r,t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{m\omega^2x^2}{2}\right)\psi = 0$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0$	$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{kZe^2}{r}\right)\psi = 0$

3. За якою формулою визначається власна функція вільної частинки, що рухається вздовж осі Ox?

А	Б	В	Г
$\psi = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n}{L}x$	$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$	$\psi = Ae^{\alpha x^2}$	$\psi = Ae^{-r/a_0}$

4. За якою формулою визначаються власні значення рівняння Шредінгера для вільної частинки?

А	Б	В	Г
$E = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$	$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$	$E = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$	$E = -\frac{Z^2me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{n^2}$

5. Яка формула визначає власні значення рівняння Шредінгера для частинки у потенціальній ямі?

А	Б	В	Г
$E=\dfrac{\hbar^2k^2}{2m}$	$E=\dfrac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$	$E=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\hbar\omega$	$E=-\dfrac{Z^2me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\dfrac{1}{n^2}$

6. За якою формулою визначається власна функція лінійного гармонічного осцилятора в основному стані?

А	Б	В	Г
$\psi=\sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\dfrac{\pi n}{L}x$	$\psi=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}$	$\psi=Ae^{\alpha x^2}$	$\psi=Ae^{-r/a_0}$

7. За якою формулою визначаються власні значення рівняння Шредінгера для лінійного гармонічного осцилятора?

А	Б	В	Г
$E=\dfrac{\hbar^2k^2}{2m}$	$E=\dfrac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$	$E=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\hbar\omega$	$E=-\dfrac{Z^2me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\dfrac{1}{n^2}$

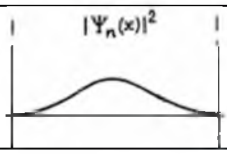
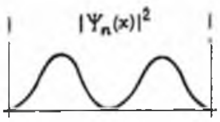
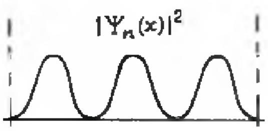
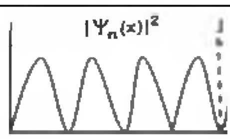
8. Яка формула визначає умову нормування для ψ-функції?

А	Б	В	Г
$0=\int\lvert\Psi\rvert^2dV$	$1=\int\lvert\Psi\rvert^2dV$	$1\le\int\lvert\Psi\rvert^2dV$	$1\ge\int\lvert\Psi\rvert^2dV$

9. Вкажіть формулу для обчислення прозорості потенціального бар’єру довільної форми?

А	$D=D_0\exp\left(-2\int\sqrt{2m(U-E)}dx/\hbar\right)$
Б	$D=D_0\exp\left(2\int\sqrt{2m(U-E)}dx/\hbar\right)$
В	$D=D_0\exp\left[-2\sqrt{2m(U-E)}x/\hbar\right]$
Г	$D=D_0\exp\left[2\sqrt{2m(U-E)}x/\hbar\right]$

10. На рисунках показано квадрат модуля ψ-функції для частинки у нескінченно глибокій ямі. Який рисунок відповідає стану з квантовим числом n=3?

А	Б	В	Г
			

Приклади розв’язування задач

Задача 2.6. Скориставшись співвідношенням невизначеності, оцінити мінімальну енергію E_1, яку може мати частинка m, що знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі завширшки a.

Розв'язування

Щоб оцінити мінімальну енергію частинки E_1 скористаємось співвідношенням невизначеності для координати частинки та її імпульсу:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar. \qquad (1)$$

Якщо ширина потенціальної ями a, то можна записати, що частинка перебуває в межах ділянки $0 \leq x \leq a$ з невизначеністю $\Delta x = \frac{a}{2}$. Оскільки частинка знаходиться на дні потенціальної ями, то $p_x = p$. Невизначеність імпульсу Δp не може бути більшою за величину самого імпульсу p. Тому вираз (1) можна записати в такому вигляді:

$$\frac{a}{2} p \geq \hbar. \qquad (2)$$

Зв'язок між імпульсом і кінетичною енергією частинки знайдемо за співвідношенням

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Помноживши це рівняння на $2m$, одержимо $2mE_к = m^2\upsilon^2 = p^2$, звідки $p = \sqrt{2mE_к}$.

Оскільки потенціальна енергія частинки дорівнює нулю, то повна її енергія дорівнює кінетичній енергії. Тому можна записати, що $p = \sqrt{2mE}$.

Підставимо знайдене значення p у формулу (б) й дістанемо $\frac{a}{2}\sqrt{2mE} \geq \hbar$, звідки

$$E \approx \frac{2\hbar^2}{ma^2}.$$

Відповідь: $E \approx \dfrac{2\hbar^2}{ma^2}$.

Задача 2.7. Електрон знаходиться в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі завширшки a = 1 см. Знайти: густину енергетичних рівнів електрона $\frac{dn}{dE}$ (тобто число рівнів, що припадають на одиничний інтервал енергії); значення цієї густини довкола рівня з номером $n = 10^{10}$; середнє значення енергії $< E_n >$ перших N = 10^{10} рівнів.

a= 1см =0,01 м.
$n = 10^{10}$
N = 10^{10} рівнів
$\frac{dn}{dE}$ – ? $\left(\frac{dn}{dE}\right)_n$ – ?
$< E_n >$ – ?

Розв'язування

Значення енергії електрона нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі описує вираз:

$$E = n^2 \frac{h^2}{8ma^2} = n^2 E_1, \qquad (1)$$

де $E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}$ – енергія електрона на першому енергетичному рівні.

Рівні енергії електрона в потенціальній ямі розміщуються дуже густо. Тому під час обчислення dn/dE можна вважати, що змінна n у виразі (1) змінюється неперервно.

Продиференціюємо вираз (1):

$$dE = 2ndn \frac{h^2}{8ma^2} = 2E_1 ndn, \qquad (2)$$

звідки

$$\frac{dn}{dE} = \frac{1}{2nE_1} = \frac{1}{n} \cdot \frac{4ma^2}{h^2}. \qquad (3)$$

Значення густини енергетичних рівнів електрона довкола рівня з номером $n = 10^{10}$ знайдемо за формулою (3):

$$\left(\frac{dn}{dE}\right)_n = \frac{4\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot (0{,}01)^2}{10^{10}\left(6{,}63\cdot 10^{-34}\right)^2} = 8{,}3\cdot 10^{22} \text{ (рівнів/Дж).}$$

Середнє значення енергії перших N рівнів становитиме

$$< E_N >= \frac{1}{N}\int_0^{E_N}\left(\frac{dn}{dE}\right)EdE.$$

Підставимо у цей вираз значення густини енергетичних рівнів електрона dn/dE, енергії електрона E і dE відповідно з формул (3), (1) і (2). Дістанемо

$$< E_N >= \frac{1}{N}\int_1^N \frac{1}{2nE_1} n^2 E_1 2nE_1 dn = \frac{1}{N}\int_1^N n^2 E_1 dn = \frac{1}{N}\frac{N^3}{3}E_1 = \frac{N^2}{3}E_1.$$

За цією формулою обчислимо середнє значення енергії перших N рівнів:

$$< E_N >= \left(10^{10}\right)^2 \frac{\left(6{,}63\cdot 10^{-34}\right)^2}{3\cdot 8\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot (0{,}01)^2} = 2\cdot 10^{-14} \text{ (Дж)} = 0{,}12 \text{ (МеВ).}$$

Відповідь: $\frac{dn}{dE} = \frac{4ma^2}{nh^2}$; $\left(\frac{dn}{dE}\right)_n = 8{,}3\cdot 10^{22}$ (рівнів/Дж); $< E_N >= 2\cdot 10^{-14}$ (Дж) = 0,12 (МеВ).

Задача 2.8. Хвильова функція $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}x$ описує стан частинки в нескінченно глибокій одновимірній прямокутній потенціальній ямі завширшки a. Обчислити ймовірність знаходження частинки в малому інтервалі $\Delta a = 0{,}01a$ у двох випадках: поблизу лівої стінки ($0 \le x \le 0{,}01a$); у середній частині ями $\frac{a}{2} - \frac{\Delta a}{2} \le x \le \frac{a}{2} + \frac{\Delta a}{2}$, якщо частинка перебуває в основному стані (тобто у стані з найменшою енергією).

Розв'язування

$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}x$

$\Delta a = 0{,}01a$

$n = 1$

$W_1 - ?\quad W_2 - ?$

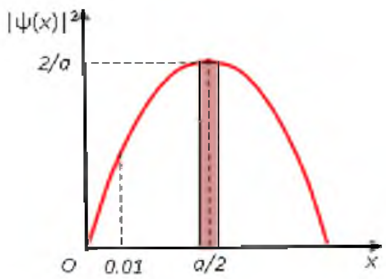


Рис.2. Імовірність знаходження частинки в інтервалі $0 \le x \le 0.01a$

Оскільки частинка перебуває в основному стані, то $n = 1$. Тому хвильова функція набуває вигляду

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{\pi}{a}x.$$

Ймовірність того, що частинка знаходиться в інтервалі dx (від x до $x + dx$), пропорційна цьому інтервалу і квадрату модуля хвильової функції, яка описує цей стан частинки: $dW = |\psi(x)|^2 dx$.

Знайдемо ймовірність знаходження частинки в інтервалі $0 \le x \le 0{,}01a$ (рисунок 2.):

$$W_1 = \int_0^{0{,}01a}|\psi(x)|^2 dx = \frac{2}{a}\int_0^{0{,}01a}\sin^2\frac{\pi}{a}xdx. \quad (1)$$

Оскільки x змінюється в інтервалі

$0 \le x \le 0{,}01a$, то $\frac{\pi}{a}x << 1$.

Тому справедлива приблизна рівність

$$\sin^2\frac{\pi}{a}x \approx \left(\frac{\pi}{a}x\right)^2. \quad (2)$$

З урахуванням залежності (2) вираз (1) набуває вигляду

$$W_1 = \frac{2}{a}\int_0^{0{,}01a}\left(\frac{\pi}{a}x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{a^3}\int_0^{0{,}01a}x^2dx = \frac{2\pi^2}{a^3}\frac{x^3}{3}\Big|_0^{0{,}01a} = \frac{2\pi^2}{3}10^{-6} = 6{,}6\cdot 10^{-6}.$$

У другому випадку можна обійтися без інтегрування, оскільки квадрат модуля хвильової функції поблизу її максимуму в заданому малому інтервалі практично не змінюється ($\Delta a = 0,01a$). Отже, шукана ймовірність становитиме

$$W_2 = \left|\psi\left(\frac{a}{2}\right)\right|^2 \Delta a = \frac{a}{2}\left(\sin\frac{\pi}{a}\frac{a}{2}\right)^2 \Delta a = \frac{2\Delta a}{a} = \frac{a \cdot 0,01a}{a} = 0,02.$$

Відповідь: $W_1 = 6,6 \cdot 10^{-6}$; $W_2 = 0,02$.

Задача 2.9 Визначте коефіцієнт прозорості потенціального бар’єра, зображеного на рисунку 3, для частинки масою *m* і енергією $E < U_0$, якщо

$$U_0 = \begin{cases} 0, x < 0 \\ U_0 - \dfrac{U_0}{a}x \\ 0, x > a \end{cases}$$

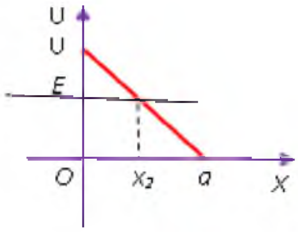


Рис.3. Потенціальний бар’єр

Розв'язування

Коефіцієнт прозорості бар’єра довільної форми визначається за формулою

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U(x)-E)}dx,\right)$$

де x_1 і x_2 – корені рівняння $U(x) = E$.У нашому випадку x_1 =0, а x_2 знаходимо з виразу:

$$E = U_0 - \frac{U_0}{a}x_2$$

$$x_2 = a\left(1 - \frac{E}{U_0}\right)$$

Проводимо інтегрування

$$\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U(x)-E)}dx = \sqrt{2m}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{(U(x)-E)}dx = \sqrt{2m}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{\left(U_0 - \frac{U_0}{a}x - E\right)}dx =$$

$$= \frac{2a\sqrt{2m}}{3U_0}(U_0 - E)^{3/2}.$$

Таким чином для коефіцієнта прозорості матимемо:

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{4a\sqrt{2m}}{3\hbar U_0}(U_0 - E)^{3/2}\right)$$

Відповідь: $D = D_0 \exp\left(-\dfrac{4a\sqrt{2m}}{3\hbar U_0}(U_0 - E)^{3/2}\right)$

Тема 3
АТОМИ І МОЛЕКУЛИ

Закони і основні формули теми

Назва	Формула для визначення
Відстань максимального зближення α-частинки з ядром важкого атома при лобовому ударі	$D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{(m_\alpha v_\alpha^2/2)}$
Зв'язок між прицільним параметром і кутом розсіювання	$b = \frac{D}{2} ctg \frac{\Theta}{2}$
Формула Резерфорда	$\frac{dN}{N_0 dS} = \frac{e^2 q^2 n_0}{8\pi^2\varepsilon_0 m^2 v^4 r^2}\frac{1}{sin^4(\Theta/2)}$
Квантування за Бором	$mvr = \frac{h}{2\pi}n,\ n = 1,2,3 \ldots.$
Борівське правило частот	$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$
Радіуси Борівських орбіт Енергія електрона у атомі гідрогену	$r = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 n^2}{me^2}, \qquad r = 0{,}53n^2(\text{Å})$ $E = -\frac{e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}, E = -\frac{13{,}6}{n^2}\ (\text{еВ})$
Узагальнена формула Бальмера	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$
Стала Рідберга	$R = \frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0^3\hbar^3 c} = 1{,}097\cdot 10^{-7}\text{м}$
Стаціонарне рівняння Шредінгера	$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\psi(\vec{r}) = 0$
Власні функції і власні значення стаціонарного рівняння Шредінгера для атома гідрогену	$E = -\frac{e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}$
Закон Мозлі	$\frac{1}{\lambda} = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$
Нормована власна функція і власне значення рівняння Шредінгура для частинки в нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною l,	$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} sin\frac{\pi n}{l}x,$

з абсолютно непроникними стінками	$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2$$
Валентність хімічних елементів	$z = 2S$ S – повне спінове число атома
Обертальна енергія двохатомної молекули	$E_r = \frac{\hbar^2}{2I}r(r+1)$ $r = 0,1,2 \ldots$ – обертальне квантове число молекули
Правила добору при обертальних переходах	$r = 0, \pm 1$
Коливальна енергія двохатомної молекули	$E_\upsilon = \hbar^2\omega\left(\upsilon + \frac{1}{2}\right)$ υ – коливальне квантове число молекули

Ядерна модель атома. Теорія Резерфорда-Бора
Закономірності у атомних спектрах

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 294 – 304.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 703 – 724.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 97 – 121.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 625 – 655.
5. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 447 – 453.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Які експериментальні факти привели до ядерної моделі атома? Які розміри ядра і атома? Труднощі ядерної моделі Резерфорда.
- Постулати Бора. Повна енергія та розміри атома водню за Бором. Воднеподібні атоми у теорії Бора. Енергія іонізації і збудження.
- Теоретичне обґрунтування серіальної формули Бальмера. Розрахунок сталої Рідберга.
- Експериментальне обґрунтування постулатів Бора. Дослід Франка і Герца.
- Труднощі теорії Бора.

Вміти:

- Виводити формулу Резерфорда.
- Виводити формули для розрахунку повної енергії у атомі водню за Бором. Знаходити Борівські радіуси атома.
- Розраховувати сталу Рідберга та пояснювати її різне значення для ізотопів.
- Малювати схеми енергетичних рівнів одно електронних атомів.
- Пояснювати результати дослідів Франка і Герца.
- ***Розв'язувати задачі:*** 6.76 – 6.84, 6.121 – 6.123, 8.1 – 8.4

Питання для самоперевірки

1. Які експериментальні факти привели до ядерної моделі атома? Які розміри ядра і атома?
2. Чому дорівнює і як визначається заряд ядра?
3. Що являє собою спектр атома водню? Як можна розрахувати довжини хвиль усіх ліній спектра водню?
4. Як визначається кінетична і потенціальна енергія електрона в атомі водню?
5. Виведіть формулу для повної енергії електрона у атомі водню з урахуванням першого постулату Бору.
6. Як теоретично підтверджується серіальная формула на підставі постулатів Бора?
7. Дайте розрахунок сталої Рідберга.
8. У чому полягають труднощі теорії Бора?

Тестові завдання

1. Мінімальна відстань D на яку може наблизитися α-частинка до ядра атома золота визначається за формулою…

А	Б	В	Г
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Z_{\text{Au}}e^2}{E_{k\alpha}}ctg\frac{\varphi}{2}$	$\frac{nlD^2}{16\sin^4(\varphi/2)}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Z_\alpha Z_{\text{Au}}e^2}{E_{k\alpha}}$	$\frac{(m_\alpha+m_{Au})}{m_{Au}}\frac{Z_{Au}e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_\alpha}$

2. Вкажіть формулу Бальмера?

А	Б	В	Г
$R_\infty\cdot(n^{-2}-m^{-2})$	$R_\infty(Z-\sigma)^2(n^{-2}-m^{-2})$	$me^4/8\varepsilon_0^2h^3c$	$\varepsilon_0h^2/\pi m\,e^2$

3. Вкажіть формулу для обчислення сталої Рідберга?

А	Б	В	Г
$R_\infty\cdot(n^{-2}-m^{-2})$	$R_\infty(Z-\sigma)^2(n^{-2}-m^{-2})$	$me^4/8\varepsilon_0^2h^3c$	$\varepsilon_0h^2/\pi m\,e^2$

4. Повна енергія електрона у атомі гідрогену визначається з формули…

А	Б	В	Г
$me^4/8\varepsilon_0^2h^2n^2$	$-me^4/8\varepsilon_0^2h^2n^2$	$-me^4n^2/8\varepsilon_0^2h^2$	$me^4/8\varepsilon_0^2h^3c$

5. У скільки разів радіус третьої орбіти у атомі водню перевищує радіус першої орбіти?

А	Б	В	Г
1	3	6	9

6. Відстань на яку змогла б наблизитися α-частинка до атомного ядра, якби між ними не було кулонівської взаємодії називається …?

А	Б	В	Г
Радіус взаємодії	Прицільний параметр	Найменша відстань	Відстань зближення

7. У скільки разів енергія електрона у атомі гідрогену на першій борівській орбіті відрізняється від енергії на четвертій орбіті?

А	Б	В	Г
16	8	4	2

8. Чому дорівнює частота фотона, який поглинається атомом при переході з основного стану з енергією E_1 у збуджений стан з енергією E_2.?

А	Б	В	Г
$E_1 - E_2/h$	$E_2 - E_1/h$	$E_1 + E_2/h$	$E_2 + E_1/h$

9. Наявність дискретних енергетичних рівняв у атомах чітко проявилась у дослідах…?

А	Б	В	Г
Ейнштейна і де Гааза	Девісона і Джермера	Франка і Герца	Штерна і Герлаха

10. Якби рух електронів в атомі підпорядковувався законам класичної електродинаміки, які з наведених тверджень були б справедливими:

1) при русі навколо ядра електрон повинен безперервно випромінювати електромагнітні хвилі;

2) через короткий час після початку обертання електрон повинен впасти на атомне ядро;

3) частота електромагнітних хвиль, що випромінюються атомом, повинна дорівнювати частоті обертання електрона навколо ядра?

А	Б	В	Г
1 і 2	2 і 3	1 і 3	1, 2, 3

Приклади розв'язування задач

Задача 3.1. Визначте мінімальну відстань, на яку наближається α-частинка з енергією E_α до ядра атома літію, що перебуває у стані спокою, при лобовому зіткненні.

Розв'язання

Так як маса налітаючої частинки і ядра літію, що перебуває у спокої, близькі за значеннями, то під час їх взаємодії одне з одним ядро літію почне рухатися. Тому, момент найбільшого зближення буде тоді, коли обидві частинки рухатимуться з однаковою швидкістю.

Застосовуючи закони збереження імпульсу та енергії запишемо:

$$\mathrm{E}_\alpha = U + E_{(\alpha+Li)},$$

$$p_\alpha = p_{(\alpha+Li)},$$

де p_α – імпульс частинки до взаємодії; $p_{(\alpha+Li)}$ – імпульс системи частинка – ядро літію під час руху з однаковою швидкістю; E_α – кінетична енергія частинки до взаємодії; U – потенціальна енергія кулонівської взаємодії при максимальному зближенні; $E_{(\alpha+Li)}$ – кінетична енергія системи частинка – ядро при рухові з однаковою швидкістю.

Запишемо попередні рівняння підставивши відповідні величини імпульсів та енергій.

$$m_\alpha \upsilon_\alpha = (m_\alpha + m_{Li})\upsilon \quad (1)$$

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}} + \frac{(m_\alpha + m_{Li})\upsilon^2}{2}. \quad (2)$$

Визначимо з рівняння (1) швидкість руху системи частинка-ядро

$$\upsilon = \frac{m_\alpha \upsilon_\alpha}{(m_\alpha + m_{Li})},$$

Одержане значення підставляємо у рівняння (2):

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}} + \frac{(m_\alpha + m_{Li})\left(\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha}{(m_\alpha + m_{Li})}\right)^2}{2}$$

Розв'язуючи дане рівняння для найменшої відстані матимемо:

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}} + \frac{(m_\alpha \upsilon_\alpha)^2}{2(m_\alpha + m_{Li})};$$

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} - \frac{(m_\alpha \upsilon_\alpha)^2}{2(m_\alpha + m_{Li})} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}};$$

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2 (m_\alpha + m_{\alpha+Li}) - (m_\alpha \upsilon_\alpha)^2}{2(m_\alpha + m_{Li})} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}};$$

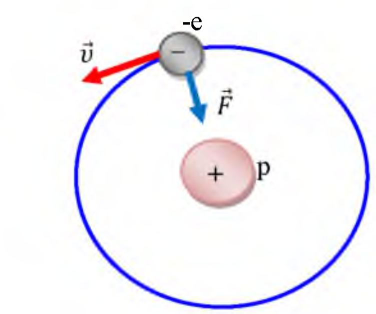
$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} \frac{m_\alpha + m_{Li} - m_\alpha}{(m_\alpha + m_{Li})} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}};$$

$$\frac{m_\alpha \upsilon_\alpha^2}{2} \frac{m_{Li}}{(m_\alpha + m_{Li})} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}};$$

$$E_\alpha \frac{m_{Li}}{(m_\alpha + m_{Li})} = \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 r_{\min}};$$

$$r_{\min} = \frac{(m_\alpha + m_{Li})}{m_{Li}} \frac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 E_\alpha}$$

Відповідь: $r_{\min} = \dfrac{(m_\alpha + m_{Li})}{m_{Li}} \dfrac{Z_1 e Z_2 e}{4\pi\varepsilon_0 E}$



Задача 3.2. У межах теорії Бора знайти вирази:

- радіуса електронних орбіт атома водню;
- швидкості електрона на орбіті;
- довжини хвиль де Бройля орбітального руху електрона;
- співвідношення між довжиною хвилі деБройля орбітального руху електрона і довжиною орбіти

Розв'язання

Атом водню складається із протона – ядра атома і електрона, який рухається навколо нього по коловій орбіті під дією кулонівських сил у відповідності до законів Ньютона (класична модель атома водню).

За борівською умовою квантування момент імпульсу електрона на стаціонарній орбіті кратний $h/2\pi$ тому:

$$L = m\upsilon R = nh/2\pi, \qquad (1)$$

де R – радіус орбіти; υ – орбітальна швидкість електрона; m – маса електрона; n – ціле число, яке називають головним квантовим числом $n = 1,2,3\ldots$.

Рівняння (1) має дві невідомі величини: радіус орбіти і швидкість орбітального руху електрона. Тому для знаходження цих величин скористаємося виразом доцентрової сили, яка діє на електрон. Роль доцентрової сили відіграє кулонівська сила взаємодії між ядром і електроном. Отже,

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}. \qquad (2)$$

Розв'яжемо систему рівнянь (1) і (2) відносно R і υ.

$$R = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = R_1 n^2, \qquad (3)$$

де $R_1 = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$ – радіус першої борівської орбіти.

$$\upsilon = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h}\frac{1}{n} = \frac{\upsilon_1}{n}, \qquad (4)$$

де $\upsilon_1 = \dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 h}$ – швидкість електрона на першій борівській орбіті.

Довжину хвилі де Бройля визначаємо з рівняння

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon}. \qquad (5)$$

Підставляючи (4) в (5) одержуємо:

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{h}{m\dfrac{e^2}{2\varepsilon_0 nh}} = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{me^2}n = \lambda_1 n, \qquad (6)$$

де $\lambda_1 = \dfrac{2\varepsilon_0 h^2}{me^2}$ – довжина хвилі де Бройля електрона на першій орбіті.

Скориставшись співвідношеннями (3) і(6) визначаємо співвідношення між довжиною орбіти і довжиною хвилі де Бройля електрона.

$$k = \frac{\ell}{\lambda} = \frac{2\pi\dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}n^2}{\dfrac{2\varepsilon_0 h^2}{me^2}n} = \frac{2\pi m e^2 \varepsilon_0 h^2 n^2}{2\pi m e^2 \varepsilon_0 h^2 n} = n,$$

Відношення довжини орбіти електрона до довжини хвилі де Бройля орбітального руху електрона дорівнює головному квантовому числу. Тобто на борівській орбіті вкладається ціле число довжин хвиль де Бройля.

За співвідношеннями (3), (4), (6) визначимо радіуси, швидкості і довжини хвиль де Бройля для $n = 1,2,3$.

Для $n = 1$ матимемо:

$$R_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = \frac{8.85\cdot10^{-12}\cdot\left(6{,}63\cdot10^{-34}\right)^2}{3{,}14\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\left(1{,}6\cdot10^{-19}\right)^2} = 5{,}3\cdot10^{-11}\,м,$$

$$\upsilon_1 = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} = \frac{\left(1{,}6\cdot10^{-19}\right)^2}{2\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot6{,}63\cdot10^{-34}} = 2{,}2\cdot10^6\,м/с,$$

$$\lambda_1 = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{me^2} = \frac{2\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot\left(6{,}63\cdot10^{-34}\right)^2}{9{,}1\cdot10^{-31}\cdot\left(1{,}6\cdot10^{-19}\right)^2} = 3{,}34\cdot10^{-10}\,м.$$

Для $n = 2,3$ після розрахунків за формулами

$$R = R_1 n^2, \quad \upsilon = \frac{\upsilon_1}{n}, \quad \lambda = \lambda_1 n,$$

одержуємо: $R_2 = 2{,}12\cdot10^{-10}\,м,\ R_3 = 4{,}77\cdot10^{-10}\,м$

$\upsilon_2 = 1{,}1\cdot10^{-6}\,м/с,\ \upsilon_3 = 0{,}7\cdot10^{-6}\,м/с$

$\lambda_2 = 6{,}68\cdot10^{-10}\,м,\ \lambda_3 = 10{,}02\cdot10^{-10}\,м$

Відповідь: $R_1 = 5{,}3\cdot10^{-11}\,м,\quad R_2 = 2{,}12\cdot10^{-10}\,м,\ R_3 = 4{,}77\cdot10^{-10}\,м$

$\upsilon_1 = 2{,}2\cdot10^6\,м/с,\ \ \upsilon_2 = 1{,}1\cdot10^{-6}\,м/с,\ \upsilon_3 = 0{,}7\cdot10^{-6}\,м/с$

$\lambda_1 = 3{,}34\cdot10^{-10}\,м,\ \ \lambda_2 = 6{,}68\cdot10^{-10}\,м,\ \lambda_3 = 10{,}02\cdot10^{-10}\,м$

Задача 3.3. Знайти радіус першої борівської електронної орбіти для однократно йонізованого атома гелію, швидкість електрона на ній, та довжину хвилі де Бройля електрона, при рухові по першій орбіті.

Розв'язання

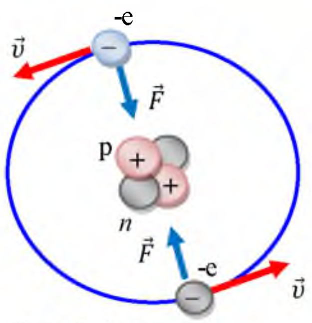


Рис. 2. Атом гелію

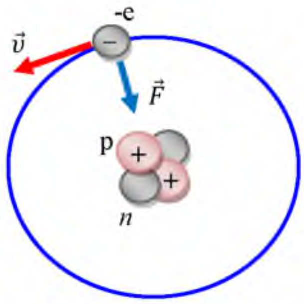


Рис. 3. Воднеподібний атом

Атом гелію у класичному наближенні показано на рисунку. Після однократної іонізації атома гелію він матиме лише один електрон. Тобто утвориться воднеподібний іон. Заряд ядра якого дорівнює

$$q = Ze = 2e,$$

Z – число протонів у ядрі.

За борівською умовою квантування момент імпульсу електрона на стаціонарній орбіті кратний $h/2\pi$ тому:

$$L = m\upsilon R = nh/2\pi, \qquad (1)$$

де R – радіус орбіти; υ – орбітальна швидкість електрона; m – маса електрона; $n = 1,2,3\ldots$.

Доцентрова сили рівна кулонівській сила взаємодії між ядром і електроном, тобто:

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}. \qquad (2)$$

З рівняння (1) визначаємо швидкість $\upsilon = \dfrac{nh}{2\pi mR}$, і підставляємо в (2) $\dfrac{m}{R}\left(\dfrac{nh}{2\pi mR}\right)^2 = \dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ після перетворень матимемо:

$$R = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m Z e^2}. \qquad (3)$$

Формула (3) відрізняється від формули (3) задачі 3.2 тільки співмножником Z у знаменнику. Тому, для розрахунку радіуса орбіти воднеподібного іона можна скористатися формулою

$$R = \frac{R_H}{Z}, \qquad (4)$$

де R_H – радіус відповідної орбіти атома водню.

Підставивши значення радіусу орбіти у вираз для визначення швидкості одержуємо співвідношення:

$$\upsilon = \frac{Ze^2}{2\varepsilon_0 nh}, \qquad (5)$$

яке відрізняється від формули (4) задачі 3.2 величиною Z у чисельнику. Тому, для визначення швидкості електрона у воднеподібних атомах можна користуватися формулою

$$\upsilon = Z\upsilon_H. \qquad (6)$$

Як бачимо, при розрахунках характеристик воднеподібних атомів у співвідношеннях для атома водню необхідно врахувати кількість протонів у ядрі, тобто величину заряду ядра помножити на Z.

З урахуванням цього зауваження довжину хвилі де Бройля електрона який рухається по орбіті атома гелію, визначаємо з формули:

$$\lambda = \frac{2\varepsilon_0 h^2}{mZe^2} n = \frac{\lambda_H}{Z}. \qquad (7)$$

Підставляємо числові значення у формули (4), (6), (7) використовуємо результати задачі 3.2

$$R = \frac{R_H}{Z} = \frac{0,53\,\mathring{A}}{2} = 0,265\,\mathring{A},$$

$$\upsilon = Z\upsilon_H = 2 \cdot 2,2 \cdot 10^6 = 4,4 \cdot 10^6 \, м/с,$$

$$\lambda = \frac{\lambda_H}{Z} = \frac{3,34\,\mathring{A}}{2} = 1,67\,\mathring{A}.$$

Відповідь: $R = 0,265\,\mathring{A}$, $\upsilon = 4,4 \cdot 10^6 \, м/с$, $\lambda = 1,67\,\mathring{A}$.

Задача 3.4. Вивести формулу кінетичної, потенціальної і повної енергії електрона для атома водню і воднеподібних іонів на борівських орбітах та обчислити їхні значення для атома водню за квантових чисел n = 1,2, 3, …, ∞.

Розв'язання

Кінетична енергія орбітального електрона

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}, \tag{1}$$

υ - швидкість електрона на орбіті.

Для атома водню вираз швидкості орбітального електрона визначаємо з доцентрової сили, в якості якої виступає кулонівська сила притягання між електроном і протоном

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, \tag{2}$$

де R – радіус борівської орбіти. Він визначається з борівської умови квантування

$$L = m\upsilon R = n\frac{h}{2\pi},$$

$$R = n\frac{h}{2\pi m\upsilon}. \tag{3}$$

З співвідношень (2) і(3) матимемо:

$$\upsilon = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 nh}, \tag{4}$$

Підставимо вираз (4) в рівняння (1) й одержимо

$$E_k = \frac{m}{2}\left(\frac{e^2}{2n\varepsilon_0 h}\right)^2 = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} \tag{5}$$

Для воднеподібного іона орбітальна швидкість електрона дорівнює

$$\upsilon_z = \upsilon_H Z \tag{6}$$

Підставимо вираз (6) в рівняння (1) й одержимо:

$$E_{kZ} = \frac{m}{2}(Z\upsilon_H)^2 = \frac{1}{n^2}\frac{Z^2 me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}. \tag{7}$$

Потенціальна енергія орбітального електрона атома водню

$$P = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

де R - радіус орбіти. Підставимо вираз (4) у (3) матимемо

$$R = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m e^2}.$$

Отже потенціальна енергія дорівнює

$$P=\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{\pi me^2}{n^2h^2\varepsilon_0}=-\frac{me^4}{4\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2}. \qquad (8)$$

Потенціальна енергія орбітального електрона воднеподібного іона

$$P_Z=-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R_z}. \qquad (9)$$

де R_Z – радіус орбіти воднеподібного електрона

$$R_Z=R_H/Z,$$

де R_H – радіус борівських орбіт у атомі водню.
З урахуванням цього формула (д)набуває вигляду

$$P_Z=-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_H/Z}=-\frac{Z^2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_H}=-\frac{Z^2me^4}{4\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} \qquad (10)$$

Повна енергія електрона атома водню на борівській орбіті

$$E=E_k+P=\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}-\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{4\varepsilon_0^2h^2}=-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} \qquad (11)$$

Повна енергія зовнішнього електрона воднеподібного іона на борівській орбіті

$$E_Z=E_{KZ}+P_Z=\frac{1}{n^2}\frac{Z^2me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}-\frac{1}{n^2}\frac{Z^2me^4}{4\varepsilon_0^2h^2}=-\frac{Z^2me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2}. \qquad (12)$$

Обчислимо значення кінетичної енергії атома водню для квантових чисел n=1,2,3,…, ∞ за формулою (5):

$$E_{K1}=\frac{1}{1^2}\cdot\frac{9{,}11\cdot10^{-31}\cdot\left(1{,}6\cdot10^{-16}\right)^4}{8\cdot(8{,}85\cdot10^{-12})^2\left(6{,}63\cdot10^{-34}\right)^2}=2{,}17\cdot10^{-18}(Дж)=13{,}6(eB); \qquad E_{K2}=\frac{1}{2^2}E_{K1}=\frac{13{,}6}{4}=3{,}4(eB);$$

$$E_{K3}=\frac{1}{3^2}E_{K1}=\frac{13{,}6}{9}=1{,}5(eB); \qquad E_\infty=\frac{E_{K1}}{\infty}=0.$$

Обчислимо значення потенціальної енергії атома водню для квантових чисел n=1,2,3,…

З формул (5) і (7) видно, що абсолютне значення потенціальної енергії орбітального електрона на першій орбіті вдвічі більше за його кінетичну енергію. Отже, зіставивши формули (8) і (5), можна записати:

$$P_n=-2E_{K1}/n^2.$$

Тому

$$P_1=-\frac{2\cdot13{,}6}{1^2}=-27{,}2eB;\quad P_2=-\frac{2\cdot13{,}6}{4}=-6{,}8eB;\quad P_3=-\frac{2\cdot13{,}6}{9}=-3eB;\quad P_\infty=-\frac{2\cdot13{,}6}{\infty}=0.$$

Порівнянням формул (11) і (5) встановимо, що абсолютні значення повної енергії і кінетичної енергії орбітального електрона дорівнюють одна одній. Повна енергія є від'ємною, оскільки вона дорівнює енергії зв'язку протона й електрона в атомі водню. Тому можна записати

$$E_1=-E_{K1}=-13{,}6eB;\qquad E_2=-E_{K2}=-3{,}4eB;\qquad E_3=-E_{K3}=-1{,}5eB;\ldots;\qquad E_\infty=0.$$

Відповідь:

$$E_{k1}=13.6eB; E_{K2}=3{,}4eB;$$
$$E_{K3}=1{,}5eB; E_{K\infty}=0;$$
$$P_1=-27{,}2eB; P_2=-6{,}8eB;$$
$$P_3=-3eB; P_\infty=0; E_1=-13{,}6eB;$$
$$E_2=-3{,}4eB; E_3=-1{,}5eB; E_\infty=0.$$

Задача 3.5. Знайти інтервали довжин електромагнітних хвиль водню для серій Лаймана, Бальмера і Пашена.

Розв'язання

Згідно з другим постулатом Бора у разі переходу електрона з дальшої від ядра орбіти на ближчу (тобто з вищого енергетичного рівня на нижчий) атом випромінює фотон, енергію якого визначають з умови

$$h\nu = E_n - E_{n0}, \quad (1)$$

де E_n, E_{n0} – повні енергії атома, коли електрон знадиться відповідно на n-й і n_0 - й орбіті ($n > n_0$).

Підставимо значення повної енергії атома водню (формула (11) задача) у вираз (1). Дістанемо

$$h\nu = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} + \frac{1}{n_0^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

Звідси знайдемо

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right) = 3{,}29\cdot 10^{15}\left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (2)$$

Цю формулу часто записують у вигляді:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (3)$$

де $R_\infty = \dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1{,}09743\cdot 10^7\, м^{-1}$ - стала Рідберга.

З виразу (3) можна знайти формулу для визначення довжини хвилі електромагнітного випромінювання атомами водню:

$$\lambda = \left[R\left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right)\right]^{-1} (м). \quad (4)$$

Спектр водню, як видно з виразів (3) і (4), є лінійчатим. Він складається, як відомо, з серій. Кожну серію одержують з рівнянь (2) або (4) за фіксованого значення n_0, тобто в разі переходу електрона з орбіти з більшим квантовим числом n на орбіту з меншим квантовим числом n_0:

серію Лаймана n_0=1; n = 2,3,4, …(одержують при переході електрона з дальших орбіт на першу);

серію Бальмера n_0=2; n = 3,4,5, …(одержують при переході електрона на другу орбіту – на другий енергетичний рівень з вищого дозволеного);

серію Пашена n_0=3; n = 4,5,6, …;

серію Брекета n_0=4; n = 5,6,7, …;

серію Пфунда n_0=5; n = 6,7,8, … .

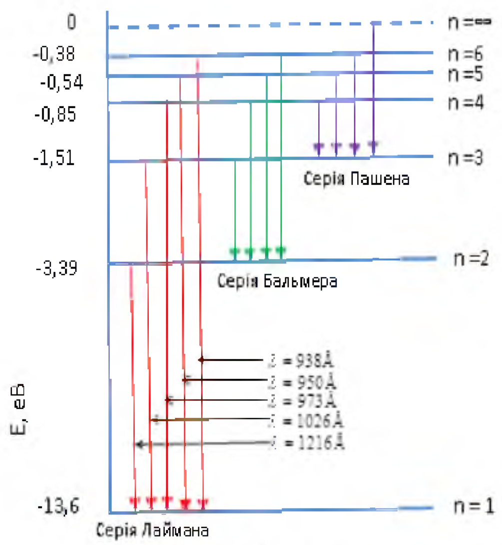


Рис.4. Енергетичні рівні атома водню

Знайдемо межі довжин хвиль *серію Лаймана.* З формули *(4)* видно, що максимальна довжина хвилі буде за *n=2*, а мінімальна – за $n = \infty$. Обчислимо їх.

$$\lambda_{max} = \left[1{,}09743\cdot 10^7\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)\right]^{-1} = 1{,}215\cdot 10^{-7}(м) = 1215(\text{Å});$$

$$\lambda_{min} = \left[1{,}09743\cdot 10^7\left(\frac{1}{1^2}\right)\right]^{-1} = 9{,}112\cdot 10^{-8}(м) = 911{,}2(\text{Å}).$$

Отже, спектральна серія Лаймана знаходиться в ультрафіолетовій частині спектра.
Знайдемо межі довжин хвиль *серії Бальмера*:
λ_{max} за $n0 = 2; n = 3;$ λ_{min} за $n = 2; n = \infty$.

$$\lambda_{max} = \left[1{,}09743 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)\right]^{-1} = 6{,}561 \cdot 10^{-7}(м) = 6561\ (\text{Å});$$

$$\lambda_{min} = \left[1{,}09743 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2}\right)\right]^{-1} = 3{,}645 \cdot 10^{-7}(м) = 3645(\text{Å}).$$

Як видно з результатів обчислення, спектральна серія Бальмера знаходиться у видимій частині спектра.
Аналогічно знайдемо межі спектральної *серії Пашена*:
λ_{max} *(n_0 = 3; n=4),* λ_{min} *(n_0=3;n=* ∞).

$$\lambda_{max} = \left[1{,}09743 \cdot 10^7\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)\right]^{-1} = 1{,}875 \cdot 10^{-6}(м) = 18750\ (\text{Å});$$

$$\lambda_{min} = \left[1{,}09743 \cdot 10^7\left(\frac{1}{3^2}\right)\right]^{-1} = 8{,}201 \cdot 10^{-7}(м) = 8201(\text{Å}).$$

Лінії серії Пашена лежать в інфрачервоній частині спектра.
Відповідь:
серія Лаймана: $\lambda_{min} = 911{,}2\text{Å}$; $\lambda_{max} = 1215\text{Å}$ - ультрафіолетова частина спектра;
серія Бальмера: $\lambda_{min} = 3645\text{Å}$; $\lambda_{max} = 6561\,\text{Å}$- видима частина спектра;
серія Пашена: $\lambda_{min} = 8201\text{Å}$; $\lambda_{max} = 18750\,\text{Å}$ - інфрачервона частина спектра.

Задача 3.6. Атом водню який знаходився у стані спокою випромінив фотон, довжина хвилі якого відповідає максимальній довжині в серії Бальмера. Знайдіть швидкість атома водню.

Розв'язання

Оскільки систему випромінений фотон – атом водню можна розглядати як замкнену, то до неї можна застосувати закон збереження імпульсу. Відповідно до закону збереження імпульсу імпульс випроміненого фотона дорівнює імпульсу атома.

$$\frac{h\nu_{min}}{c} = M\upsilon,$$

Звідки для швидкості одержуємо:

$$\upsilon = \frac{h\nu_{min}}{Mc}.$$

Мінімальну частоту фотона можна визначити з формули Бальмера

$$\nu_{min} = Rc\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{6}Rc.$$

Отже, швидкість віддачі:

$$\upsilon = \frac{5hR}{6M}.$$

Підставимо числові значення:

$$\upsilon = \frac{5hR}{6M} = \frac{5 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} 1{,}097 \cdot 10^7}{6 \cdot 1{,}672 \cdot 10^{-27}} = 0{,}61 м/с.$$

Відповідь: $\upsilon = 0{,}61 м/с$.

Квантова теорія атома Гідрогену

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 304 – 312.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 703 – 724.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 134 – 153.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 552 – 554.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Рівняння Шредінгера у сферичній системі координат.
- Розв’язки стаціонарного рівняння Шредінгера для частинки у центрально-симетричному полі.
- Фізичний зміст квантових чисел. Вироджені стани.

Вміти:

- Відокремлювати змінні у стаціонарному рівнянні Шредінгера.
- Тлумачити фізичний зміст розв’язків рівняння Шредінгера.
- Порівнювати розв’язки рівняння Шредінгера з результатами Бора.
- Визначати момент імпульсу, спіновий момент і повний момент імпульсу електрона.
- Визначати орбітальний і спіновий магнітний момент електрона.

- ***Розв’язувати задачі*:** 6.72 – 6.75, 6.98 – 6.101, 6.103 – 6113, 6.116, 6.117

Питання для самоперевірки

1. Що описує радіальна хвильова функція?
2. Що описує орбітальна хвильова функція?
3. Який фізичний зміст квантових чисел?
4. Від якого кантового числа залежить розв’язок рівняння для радіальної частини хвильової функції?
5. У чому суть просторового квантування?
6. Яке квантове число визначає енергію електрона в атомі водню?
7. Які стани електронів в атомі називають виродженими? Що таке кратність виродження?

Тестові завдання

1. Який математичний вираз визначає рівняння Шредінгера, що описує стан електрона у гідрогеноподібному іоні?

А	Б	В	Г
$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi+U(r,t)\Psi=i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$	$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U(r))\psi=0$	$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0$	$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E+\frac{kZe^2}{r}\right)\psi=0$

2. Які з наведених функцій можуть бути розв’язком рівняння Шредінгера, що описує рух електрона у атомі Гідрогену?

А	Б	В	Г
$\psi=\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi n}{L}x$	$\psi=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}$	$\psi=Ae^{\alpha x^2}$	$\psi=Ae^{-r/a_0}$

3. Повна енергія електрона у атомі Гідрогену визначається з формули…

А	Б	В	Г
$me^4/8\varepsilon_0^2h^2n^2$	$-me^4/8\varepsilon_0^2h^2n^2$	$-me^4n^2/8\varepsilon_0^2h^2$	$me^4/8\varepsilon_0^2h^3c$

4. За якою формулою обчислюється орбітальний момент імпульсу електрона у атомі?

А	Б	В	Г
$m_l\hbar$	$\sqrt{j(j+1)}\hbar$	$\sqrt{l(l+1)}\hbar$	$\sqrt{s(s+1)}\hbar$

5. Яке значення може приймати орбітальне квантове число електрона у атомі ?

А	Б	В	Г
1,2,3… n	$0,1,2,3,\ldots n-1$	$0,\pm1,\pm2,\pm3,\ldots\pm l$	$\pm1/2$

6. Яке значення може приймати магнітне квантове число електрона у атомі ?

А	Б	В	Г
1,2,3… n	$0,1,2,3,\ldots n-1$	$0,\pm1,\pm2,\pm3,\ldots\pm l$	$\pm1/2$

7. Якому стану електрона відповідає орбітальне квантове число l =2 ?

А	Б	В	Г
s	p	d	f

8. Які стани електрона у атомі Гідрогену є виродженими?

А	Б	В	Г
З головним квантовим числом $n=1$	З головним квантовим числом $n>1$	Усі стани є виродженими	Таких станів не існує

9. Вкажіть формулу для обчислення значення власного моменту імпульсу електрона.

А	Б	В	Г
$m_l\hbar$	$m_s\hbar$	$\sqrt{l(l+1)}\hbar$	$\sqrt{s(s+1)}\hbar$

10. Вкажіть формулу для обчислення повного моменту імпульсу електрона

А	Б	В	Г
$m_l\hbar$	$\sqrt{j(j+1)}\hbar$	$\sqrt{l(l+1)}\hbar$	$\sqrt{s(s+1)}\hbar$

Приклади розв’язування задач

Задача 3.7. Нормована псі-функція основного стану атома водню має вигляд $\psi(r)=\pi^{-\frac{1}{2}}a^{-\frac{3}{2}}e^{-\frac{r}{a}}$ (де $a=r_i=\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi me^2}$ – найімовірніша відстань електрона від протона, вона збігається зі значенням радіуса першої борівської орбіти . Знайти: густину ймовірності знаходження електрона на відстані r від ядра; середнє значення відстані електрона від ядра $\langle r\rangle$; середнє значення потенціальної енергії електрона $\langle \text{P}\rangle$.

Розв'язування

Формулу густини ймовірності знаходження електрона на відстані r визначимо з рівняння:

$$\omega = \frac{dW}{dr} = 4\pi r^2 \left|\psi(r)\right|^2.$$

Підставимо у цей вираз значення псі-функції:

$$\omega = 4\pi r^2 \left(\pi^{-\frac{1}{2}} a^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{a}}\right)^2 = \frac{4r^2}{a^3} e^{-\frac{2r}{a}} = \frac{4r^2}{r_i^3} e^{-\frac{2r}{r_i}}.$$

Середнє значення відстані $\langle r\rangle$ електрона від ядра є, як відомо з теорії ймовірності, математичним сподіванням величини r, яке визначимо за формулою (9.38):

$$\langle r\rangle = \int_V r|\psi|^2 dV = \int_0^\infty r|\psi|^2 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty r^3 \left|\pi^{-\frac{1}{2}} a^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{a}}\right|^2 dr = \frac{4}{a^3}\int_0^\infty r^3 e^{-\frac{2r}{a}} dr = \frac{4}{a^3}\cdot 3! \int_0^\infty \frac{r^3}{3!} e^{-\frac{2r}{a}} dr =$$

$$\frac{4}{a^3}\cdot 3!\cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{a}\right)^4} = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2} r_i.$$

Отже, середнє значення відстані електрона від ядра атома в півтора рази перевищує найімовірнішу відстань електрона від ядра.

Середнє значення потенціальної енергії електрона $\langle \mathrm{P}\rangle$ знайдемо аналогічно, як і середнє значення $\langle r\rangle$. Отже, математичне сподівання

$$\langle \mathrm{P}\rangle = \int \mathrm{P}\left|\psi^2\right| dV = \int_0^\infty \left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\left|\pi^{-\frac{1}{2}} a^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{a}}\right|^2 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 a^3}\int_0^\infty r e^{-\frac{2r}{a}} dr = -\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 a^3}\frac{1}{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_i}.$$

Відповідь: $\omega = \frac{dW}{dr} = \frac{4r^2}{r_i^3} e^{-\frac{2r}{r_i}}$; $\langle r\rangle = \frac{3}{2} r_i$; $\langle \mathrm{P}\rangle = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$.

Задача 3.8. Які енергетичні стани можливі для електрона з головним квантовим числом $n = 4$?

Розв'язання

Якщо головне квантове число дорівнює n, то орбітальне квантове число набуватиме значень від 0 до $n - 1$, тобто матиме n значень, а магнітне квантове число змінюватиметься від 0 до $\pm l$, тобто матиме $2l + 1$ значення.

Отже при $n = 4$ орбітальне квантове число набуватиме значень $l = 0, 1, 2, 3$ (всього чтрири значення), магнітне квантове число матиме значення $m_l = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ (разом 7 значень).

Можливі енергетичні стани атома представимо за допомогою таблиці.

	$l = 0$ *s*-стан			$l = 1$ *p*-стан			$l = 2$ *d*-стан			$l = 3$ *f*-стан		
	n	l	m_l	n	l	m_l	n	l	m_l	n	l	m_l
Можливі енергетичні стани електрона при заданому n	4	0	0	4	1	1 0 -1	4	2	2 1 0 -1 -2	4	3	3 2 1 0 -1 -2 -3
Число станів	1			3			5			7		
Разом	16 станів = n^2											

Отже, при $n = 4$ число можливих станів дорівнює 16, тобто повне число станів дорівнює n^2.
Відповідь: повне число станів 16.

Багатоелектронні атоми

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 304 – 312.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 703 – 724.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 134 – 153.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 552 – 554.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Фізичний зміст квантових чисел. Вироджені стани.
- Поняття спіну. Досліди Штерна і Герлаха та їх пояснення.
- Спінове квантове число. Принцип Паулі. Періодичний закон хімічних елементів
- Правила відбору та їх фізичний зміст.
- Закон Мозлі

Вміти:

- Знаходити повний механічний момент атома та його проекцію.
- Магнітний момент атома.
- Використовувати закон Мозлі.
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.72 – 6.75, 6.98 – 6.101, 6.103 – 6113, 6.116, 6.117

Питання для самоперевірки

1. Що являє собою повний момент імпульсу атома?
2. Які значення може приймати повний момент імпульсу електрона в атомі?
3. Скільки орієнтацій у просторі може мати повний момент імпульсу електрона?
4. Що розуміють під *LS-зв'язком* у багатоелектронному атомі?
5. Який зв'язок називають *jj-зв'язком*?
6. Якими квантовими числами визначається стан електрона в атомі?
7. Запишіть вираз для повної енергії атома?

Тестові завдання

1. Яка комбінація квантових чисел електрона в атомі можлива?

А	Б	В	Г
2, 3, -3, 1/2	2, 1, 1, 1/2	1, 1, 1, 0	1, 2, 3, 0

2. Яка максимальна кількість електронів в *d*-оболонці атома?

А	Б	В	Г
2	8	10	18

3. Яка максимальна кількість електронів в L-шарі атома?

А	Б	В	Г
2	8	10	18

4. Яка кількість електронів у атомі, що має електронну конфігурацію $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8$?

А	Б	В	Г
14	20	26	34

5. K-серія характеристичного рентгенівського випромінювання з'являється при переході електрона між шарами…

А	Б	В	Г
$K \rightarrow L,M,N$	$K \leftarrow L,M,N$	$K \rightarrow L$	$K \leftarrow L$

6. У відповідності до правил добору квантових чисел при радіаційних переходах перехід $m_{J'} = 0 \rightarrow m_{J''} = 0$ не відбувається, якщо…

А	Б	В	Г
$\Delta L = 0$	$\Delta L = \pm 1$	$\Delta J = 0$	$\Delta J = \pm 1$

7. Яка з формул відображає закон Мозлі?

А	Б	В	Г
$R(Z+\sigma)^2(n^{-2} - m^{-2})$	$R(Z-\sigma)^2(n^{-2} + m^{-2})$	$R(Z-\sigma)^2(n^{-2} - m^{-2})$	$R(Z-\sigma)(n^{-2} - m^{-2})$

8. Чому дорівнює повне спінове квантове число атома, якщо мультиплетність дорівнює трьом?

А	Б	В	Г
0	1	2	3

9. Яка схема додавання спінових і орбітальних моментів при знаходженні результуючого моменту атома називається *LS-зв'язком*?

А	Б	В	Г
$\vec{J} = \sum \overrightarrow{L_{s\iota}} + \sum \overrightarrow{L_\iota}$	$\vec{J} = \sum \left(\overrightarrow{L_{s\iota}} + \overrightarrow{L_\iota}\right)$	$\vec{J} = \overrightarrow{L_{s\iota}} + \overrightarrow{L_\iota}$	жодна

10. Який із записів визначає $3d$-електрон?

А	Б	В	Г
$3^2D_{1/2}$	$2^3D_{3/2}$	$3^2D_{3/2}$	$2^3D_{1/2}$

Приклади розв'язування задач

Задача 3.10. Досліджуючи лінійчастий рентгенівський спектр деякого елемента, встановили, що довжина хвилі K_α-лінії становить 22 пм. Який це елемент?

Розв'язування

У відповідності до закону Мозлі, величина обернена до довжини хвилі дорівнює:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

де R — стала Рідберга, Z — порядковий номер елемента у таблиці Менделєєва, σ — стала екранування (для K-серії $\sigma \approx 1$), n і m – цілі числа.

Визначимо величину порядкового номера Z, який і вкаже місце елементу в таблиці Менделєєва.

$$Z = \sqrt{\frac{n^2m^2}{(m^2 - n^2)\lambda R}} + \sigma.$$

Для K-серії $n = 1$, при спостереженні K_α-лінії $m = 2$. Враховуючи дані величини матимемо:

$$Z = \sqrt{(4/3\lambda R)} + 1.$$

Підставляючи числові значення одержуємо:

$$Z = \sqrt{4/3 \cdot 22 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}097 \cdot 10^7} + 1 = 75.$$

Отже, досліджувався хімічний елемент під номером 75 Re – реній.

Відповідь: досліджувався Re – реній.

Задача 3.9. Визначте орбітальний, спіновий та повний момент імпульсу для $3d$-електрона.

Розв'язання

Для $3d$-електрона квантові числа мають наступні значення: головне квантове число $n = 3$; орбітальне квантове число $l = 2$.

Орбітальний момент імпульсу визначається з виразу:

$$M_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}.$$

Підставляючи значення l матимемо

$$M_l = \hbar\sqrt{2(2+1)} = \hbar\sqrt{6}.$$

Власний момент імпульсу електрона визначається з виразу:

$$M_s = \hbar\sqrt{s(s+1)},$$

де s-спінове квантове число, яке дорівнює ½, тому

$$M_s = \hbar\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = \hbar\frac{\sqrt{3}}{2},$$

Повний момент імпульсу електрона визначаємо з виразу:

$$M_J = \hbar\sqrt{j(j+1)},$$

де j- квантове число повного моменту імпульсу, яке дорівнює $j = l \pm s$, отже:

$$j = 2 \pm 1/2\,; \quad j_1 = 1/2\,; \quad j_2 = 3/2.$$

Для цих значень j- квантового числа повного моменту імпульсу матимемо

$$M_{J1} = \hbar\sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+1\right)} = \hbar\sqrt{\frac{35}{4}}, \quad M_{J2} = \hbar\sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right)} = \hbar\sqrt{\frac{15}{4}}.$$

Відповідь: $M_l = \hbar\sqrt{6}$; $M_s = \hbar\sqrt{3}/2$, $M_{J1} = \hbar\sqrt{35/4}$; $M_{J2} = \hbar\sqrt{15/4}$.

Молекула
Обертальні та коливальні стани двоатомних молекул

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 316 – 324.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 703 – 724.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. С. – 272 – 308.
4. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 662 – 675.

5. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 453 – 454.
6. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Типи зв'язків у молекулі. Механізми їх утворення.
- Особливості оптичних спектрів молекул.
- Ротаційні спектри молекул.
- Коливально обертальні та електронно-коливальні смуги.
- Що таке електронний парамагнітний резонанс (ЕПР)?
- Що таке комбінаційне розсіяння світла?

Вміти:

- Розраховувати кінетичну енергію обертання ядер навколо спільного центра мас.
- Малювати схеми енергетичних рівнів молекул
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.125 - 6.128

Питання для самоперевірки

1. Що називають молекулою?
2. Який зв'язок називають іонним, як він виникає?

Який зв'язок називають ковалентним, як він виникає?

3. Якими видами енергії визначається повна енергія молекули? Як співвідносяться ці види енергії?
4. Як виглядає залежність електронної енергії двохатомної молекули від відстані між ядрами для основного і збудженого станів?
5. Що називають енергією дисоціації?
6. Як визначається кінетична енергія обертового руху молекули?
7. Які значення може приймати обертальне квантове число?
8. Який механізм виникнення коливально-обертальних спектрів?
9. Який механізм виникнення електронно-обертальних смуг?
10. У чому сутність явища комбінаційного розсіювання світла?
11. У якій області спектра спостерігається комбінаційне розсіювання світла?

Тестові завдання

1. Ковалентний зв'язок утворюється …?

А	Парами електронів з однаково направленими спінами
Б	Парами електронів з протилежно направленими спінами
В	При переході одного або кількох електронів від одного атома до іншого
Г	Узагальненням електронів

2. Молекула це … хімічного елемента

А	Найменша стійка частина, яка є носієм основних її фізико-хімічних властивостей
Б	Найменша стійка частина речовини, яка є носієм основних її фізико-хімічних властивостей
В	Найменша стійка частина хімічного елемента, яка є носієм усіх його властивостей
Г	Найменша стійка частина речовини

3. Вкажіть правильне співвідношення між енергіями електронної конфігурації E_e, коливального руху E_υ і енергію обертового руху молекули, E_r молекули

А	Б	В	Г
$E_e < E_\upsilon < E_r$	$E_e > E_\upsilon > E_r$	$E_e = E_\upsilon = E_r$	Такого співвідношення немає

4. Встановіть відповідність між групами речовин по типам зв’язку їх молекул

1	$NaCl$, $LiCl$, Na_2SO_4	А	змішаний
2	O_2, N_2, H_2	Б	іонний
3	Al, Cu, Zn	В	металевий
		Г	гетерополярний

5. Вкажіть формулу для визначення енергії коливального руху ядер двоатомної молекули за умови малих коливань відносно спільного центру мас

А	Б	В	Г
$\dfrac{L^2}{2I}$	$\dfrac{j(j+1)\hbar^2}{2I}$	$\left(\upsilon+\dfrac{1}{2}\right)\hbar\omega$	$\hbar\omega\vartheta$

6. За відомими змінами енергії молекули встановіть, які спектри виникатимуть

1	$\Delta E_e \neq 0$	А	Спостерігатимуться обертальні спектри
2	$\Delta E_e = 0$, $\Delta E_\upsilon \neq 0$	Б	Спостерігатимуться електронні спектри
3	$\Delta E_e = 0$, $\Delta E_\upsilon = 0$	В	утворюються обертальні спектри
		Г	Електронно-коливальні спектри

7. При утворенні коливально-обертальної смуги частота хвилі світла, що випромінюється, визначається формулою: $\omega = \omega_\upsilon - \dfrac{\hbar}{I}k, k = 1,2,3,\ldots$, яке співвідношення у даному випадку між обертальними квантовими числами j' і j''

А	Б	В	Г
$j' = j''$	$j' > j''$	$j' < j''$	$j' = j'' = 0$

8. На рисунку 1 показано вітки спектра, які відповідають сукупністі ліній з дозволеними переходами. Ці вітки відповідно називають ….

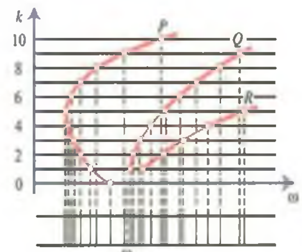


Рисунок 1

А	Б	В	Г
P – нульова Q – позитивна R – негативна	P – позитивна Q – негативна R – нульова	P – позитивна Q – нульова R – негативна	P – негативна Q – нульова R – позитивна

9. Для випадку вказаному на рисунку 1 кант смуги буде розташований … .

А	Б	В	Г
З боку більших довжин хвиль	З боку менших довжин хвиль	Кант за даних умов відсутній	У місці з ω_0

10. Які переходи є забороненими … ?

А	Б	В	Г
$j' - j'' = -1$	$j' - j'' = 1$	$j' - j'' = 0$	Жоден не є забороненим

Приклади розв'язування задач

Задача 3.8. Відстань між ядрами атомів у молекулі HCl r_0=0,127 нм. Знайти кутову швидкість обертання ω_r молекули, яка знаходиться на першому збудженому обертальному рівні.

Розв'язання

$r_0 = 0{,}127 нм = 1{,}27 \cdot 10^{-10} м$

$j = 1$

$\omega_r - ?$

Кутову швидкість молекули на j-му обертальному рівні знайдемо так.

Енергетичний рівень обертального руху молекули визначимо за формулою

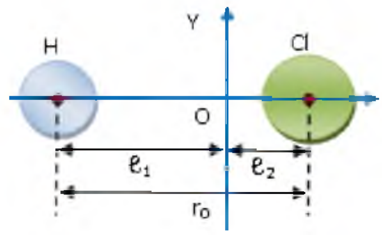
$$\mathrm{E}_r = \frac{j(j+1)\hbar^2}{2I},$$

де j - обертальне квантове число, яке набуває значень 0,1,2,3,…; I – момент інерції молекули відносно осі, яка проходить через її центр мас.

Кутову швидкість обертання ω_r молекули знайдемо з умови переходу молекули з одного обертального рівня на інший дозволений, оскільки переходи підпорядковані правилу добору квантового числа j:

$$\Delta j = \pm 1;$$

$$\hbar\omega_r = \mathrm{E}_{r1} - \mathrm{E}_{r0} = \frac{j(j+1)\hbar^2}{2I} - \frac{(j-1)j\hbar^2}{2I}. \qquad (1)$$



Оскільки першому збудженому рівню E_{r1} відповідає квантове число j=1, а основному – на одиницю менше, то формула *(a)* набуває вигляду

$$\hbar\omega_r = \frac{1(1+1)\hbar^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{I},$$

звідси

$$\omega_r = \frac{\hbar}{I}. \qquad (2)$$

У цьому виразі не відомий момент інерції молекули відносно осі, що проходить через її центр мас (мал.). З малюнка видно, що момент інерції відносно осі ОУ, яка проходить через центр мас молекули О, дорівнює

$$I = m_{\mathrm{H}} l_1^2 + m_{Cl} l_2^2, \qquad (3)$$

де m_{H} - маса атома водню; m_{Cl} - маса атома хлору; l_1 - відстань від ядра атома водню до центра мас молекули HCl; $l_2 = r_0 - l_1$ - відстань від ядра атома хлору до центра мас молекули HCl.

Значення l_1 і l_2 знайдемо з умови

$$\frac{m_{\mathrm{H}}}{m_{Cl}} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{r_0 - l_1}{l_1},$$

звідси

$$l_1 = \frac{m_{Cl} r_0}{m_{\mathrm{H}} + m_{Cl}} = \frac{35 r_0}{1+35} = \frac{35}{36} r_0; l_2 = \frac{1}{36} r_0. \qquad (4)$$

Підставимо значення l_1 і l_2 з виразу *(4)* та значення m_{H} і m_{Cl} у формулу (3). Дістанемо

$$\mathrm{I} = \frac{1}{N_A}\left(\frac{35}{36} r_0\right)^2 + \frac{35}{N_A}\left(\frac{1}{36} r_0\right)^2 = \frac{r_0^2}{36^2 N_A}\left(35^2 + 35\right) = \frac{35 r_0^2}{36 N_A}.$$

Обчислимо I за отриманою робочою формулою:

$$\mathrm{I} = \frac{35}{36}\frac{\left(1{,}27\cdot 10^{-10}\right)^2}{6{,}02\cdot 10^{26}} = 2{,}6\cdot 10^{-47}\,(\text{кг м}^2).$$

Знайдемо числове значення ω_r за формулою *(б):*

$$\omega_r = \frac{1{,}055\cdot 10^{-34}}{2{,}6\cdot 10^{-47}} = 4{,}06\cdot 10^{12}(рад/с).$$

Відповідь: $\omega_r = 4{,}06\cdot 10^{12}(рад/с)$.

Задача 3.9. В основному електронному стані молекули CO власна частота коливань $\omega_\upsilon = 4{,}09\cdot 10^{14}c^{-1}$, а рівноважна відстань між ядрами атомів $r_0 = 0{,}112$ нм. Знайти: число обертальних рівнів, які знаходяться між основним і першим збудженим коливальними рівнями; відношення енергії $\Delta E_{\upsilon,1,0}$, потрібної для переведення молекули на перший збуджений коливальний рівень, до енергії $\Delta E_{r,1,0}$, потрібної для переведення молекули на перший збуджений обертальний рівень.

Розв'язання

$r_0 = 0{,}112нм = 1{,}12\cdot 10^{-10}\,м$
$\omega_\upsilon = 4{,}09\cdot 10^{14}c^{-1}$
$\mathrm{N}_r - ?\quad \dfrac{\Delta E_{\upsilon,1,0}}{\Delta E_{r,1,0}} - ?$

Рівні енергії обертального руху молекул виражає формула

$$E_r = \frac{j(j+1)\hbar^2}{2I},$$

де j – обертальне квантове число, яке набуває значень 0,1,2,3,…; I – момент інерції молекули відносно осі, яка проходить через її центр мас.

Переходи молекули з одного обертального рівня енергії на інший підлягають правилу добору квантового числа j:

$$\Delta j = \pm 1.$$

Визначимо, на скільки зросте енергія в разі переходу з нижчого енергетичного обертального рівня на вищий, тобто з рівня з обертальним квантовим числом j на рівень з обертальним квантовим числом

$$\Delta E_{r,1} = (j+1)(j+1+1)\frac{\hbar^2}{2I} - j(j+1)\frac{\hbar^2}{2I} = (j+1)\frac{\hbar^2}{I} \qquad (1)$$

З отриманої формули бачимо, що енергії переходів між обертальними енергетичними рівнями становлять арифметичну прогресію. Різниця цієї прогресії

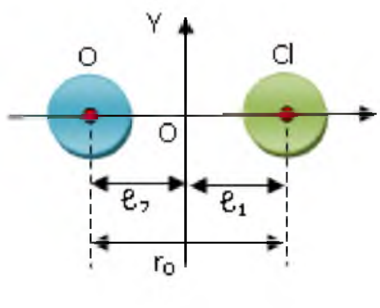
$$d = [(j+1)+1]\frac{\hbar^2}{\mathrm{I}} - (j+1)\frac{\hbar^2}{\mathrm{I}} = \frac{\hbar^2}{\mathrm{I}}.$$

Число обертальних рівнів N_r, які знаходяться між основним і першим збудженим коливальним енергетичним рівнями $\Delta E_{\upsilon,1,0}$, становлять число членів арифметичної прогресії, сума яких дорівнює $\Delta E_{\upsilon,1,0}$. Отже, можна написати таке рівняння:

$$\Delta E_{\upsilon,1,0} = \frac{2\dfrac{\hbar^2}{I} + (\mathrm{N}_r - 1)\dfrac{\hbar^2}{I}}{2}\mathrm{N}_r = \frac{\hbar^2}{2I}\left(\mathrm{N}_r^2 + \mathrm{N}_r\right)$$

звідки

$$\mathrm{N}_r^2 + \mathrm{N}_r - \frac{2I\Delta E_{\upsilon,1,0}}{\hbar^2} = 0. \qquad (2)$$



Щоб розв'язати це рівняння відносно N_r, потрібно знайти момент інерції I молекули відносно осі, яка проходить через центр мас молекули, а також $\Delta E_{\upsilon,1,0}$.

На мал. наведено схему молекули CO. Визначимо спочатку центр мас молекули за співвідношенням

$$\frac{m_C}{m_O}=\frac{l_2}{l_1},$$

де $m_C=12$ - атомна маса вуглецю; $m_O=16$ - атомна маса кисню; l_1 - відстань від ядра атома вуглецю до центра мас молекули М; $l_2=r_0-l_1$ - відстань від ядра атома кисню до центра мас молекули М.

$$\frac{12}{16}=\frac{r_0-l_1}{l_1},$$

звідки

$$l_1=\frac{4}{7}r_0;\ l_2=\frac{3}{7}r_0.$$

Момент інерції I молекули відносно осі MM', яка проходить через центр мас,

$$I=\frac{m_C}{N_A}l_1^2+\frac{m_O}{N_A}l_2^2=\frac{m_C}{N_A}\left(\frac{4}{7}r_0\right)^2+\frac{m_O}{N_A}\left(\frac{3}{7}r_0\right)^2=\frac{48}{7}\frac{r_0^2}{N_A}=\frac{48}{7}\frac{\left(1{,}12\cdot10^{-10}\right)^2}{6{,}02\cdot10^{26}}=1{,}43\cdot10^{-46}\left(кг\cdot м^2\right)$$

Знайдемо різницю між першим збудженим і основним коливальними рівнями. Енергія коливального руху молекули

$$E_\upsilon=\left(\upsilon\pm\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\upsilon,$$

де υ - коливальне квантове число, яке може набувати значень 0,1,2,3,… . Переходи підлягають правилу відбору:

$$\Delta\upsilon=\pm1.$$

Отже, можна записати, що

$$\Delta E_{\upsilon,1,0}=\left(1+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\upsilon-\frac{1}{2}\hbar\omega_\upsilon=\hbar\omega_\upsilon. \qquad (3)$$

Підставимо значення I і $\Delta E_{\upsilon,1,0}$ в рівняння (б) і знайдемо число обертальних рівнів

$$N_r^2+N_r-\frac{2\cdot1{,}43\cdot10^{-46}\hbar\omega_\upsilon}{\hbar^2}=0$$

$$N_r^2+N_r-\frac{2\cdot1{,}43\cdot10^{-46}\cdot4{,}09\cdot10^{14}}{1{,}055\cdot10^{-34}}=0$$

$$N_r^2+N_r-1109=0,$$

звідки

$$N_r=32.$$

Отже, число обертальних рівнів, які знаходяться між основним і першим збудженим коливальним рівнями, дорівнює 32.

Знайдемо відношення енергії $\Delta E_{\upsilon,1,0}$, потрібної для переведення молекули на перший збуджений коливальний рівень (див. рівняння (3)), до енергії $\Delta E_{r,1}$, потрібної для переведення молекули на перший збуджений обертальний
рівень. Згідно з формулою (а) $j+1=1$, отже, $j=0$. Тоді

$$\Delta E_{r,1,0}=\frac{\hbar^2}{I}.$$

$$\frac{\Delta E_{\upsilon,1,0}}{\Delta E_{r,1}}=\frac{\hbar\omega_\upsilon}{\hbar^2/I}=\frac{I\omega_\upsilon}{\hbar}=\frac{1{,}43\cdot10^{-46}\cdot4{,}09\cdot10^{14}}{1{,}055\cdot10^{-34}}=554$$

Відповідь: $N_r=32$; $\frac{\Delta E_{\upsilon,1,0}}{\Delta E_{r,1}}=554.$

Задача 3.10. Знайти довжини хвиль «сателітів», одержаних при комбінаційному розсіянні світла довжиною хвилі 316,4 нм, якщо світло розсіюється молекулами брому, власна частота яких 10^{13} Гц.

Розв'язання

При комбінаційному розсіюванні світла речовинами частоту ліній супутників (сателітів) визначають через комбінацію частот падаючого світла і коливальних або обертальних переходів молекул на яких відбувається розсіювання.

$$\omega_{\text{сат}} = \omega_0 \pm \omega_{\text{мол}},$$

де $\omega_{\text{сат}}$ – частота світла стоксівської (при «–») і антистоксівської (при «+») компоненти; $\omega_{\text{мол}}$ – частота коливальних або обертальних переходів молекул, що розсіюють світло.

Оскільки $\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$, $\omega_{\text{мол}} = 2\pi\nu$ і $\omega_{\text{сат}} = \frac{2\pi c}{\lambda_{1,2}}$, то $\frac{2\pi c}{\lambda_{1,2}} = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \pm 2\pi\nu$.

І для визначення довжин хвиль «сателітів» матимемо формулу:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\lambda_0}{1 \pm (2\pi\nu\lambda_0)/2\pi c} = \frac{\lambda_0}{1 \pm (\nu\lambda_0)/c}.$$

Підстановка числових значень дає результати

$$\lambda_{1,2} = \frac{316{,}4 \cdot 10^{-9}}{1 \pm (316{,}4 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{13}/3 \cdot 10^{8})}; \lambda_1 = 313{,}1 \text{ нм}; \lambda_2 = 319{,}8 \text{ нм}.$$

Відповідь: $\lambda_1 = 313{,}1$ нм ; $\lambda_2 = 319{,}8$ нм

Тема 4
ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

Закони і основні формули теми

Назва	Формула для визначення
Середня кількість частинок на один квантовий стан	$\langle n_i \rangle = \dfrac{1}{exp(\varepsilon_i - \mu/kT) \pm 1}$
Кількість комірок в елементі об'єму фазового простору	$G = d^f\Gamma/h^f$ f – кількість ступенів вільності
Кількість частинок в об'ємі V з енергіями в інтервалі $\varepsilon, \varepsilon + d\epsilon$	$dN = \dfrac{gVm^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \dfrac{\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}{exp(\varepsilon_i - \mu/kT) \pm 1}$ $g = 2s + 1$ – кратність виродження, s – спін частинки
Хімічний потенціал у випадку $T = 0K$ (енергія Фермі)	$\varepsilon_F = \dfrac{\hbar^2(3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}$
Температура виродження ідеального фермі-газу	$T_в = \dfrac{\varepsilon_F}{k}$
Температура виродження ідеального бозе-газу	$T_в = \dfrac{3{,}31\hbar^2 n^{2/3}}{g^{2/3}mk}$
Функція розподілу фермі-частинок за енергіями при $T = 0K$	$f(\varepsilon) = \dfrac{2}{3}\varepsilon_F\left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_F}\right)^{1/2}$
Молярний об'єм кристала	$V_М = М/\rho$
об'єм елементарної комірки кристала кубічної системи; гексагональної системи	$V = a^3$; $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2 c$
Кількість елементарних комірок у одному молі кристала	$Z = V_М/V$
Сила, яка діє на атом кристалічних ґраток	$F_x = -kx + \beta x^2$
Зв'язок коефіцієнта пружності з модулем Юнга	$k = r_0 E$, r_0 – рівноважна віддаль між атомами у ґратці
Коефіцієнт лінійного розширення	$\alpha = \dfrac{\Delta l}{l\Delta t}$
Зв'язок коефіцієнта лінійного розширення з пружними сталими ґраток	$\alpha = \dfrac{\beta}{k^2}\dfrac{k_Б}{r_0} = \dfrac{\beta k_Б}{r_0^3 E}$ $k_Б = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$Дж/К – стала Больцмана
Формула Дебая для коливальної енергії	$E = 9RTD(x)$ $D(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)^3 \int\limits_0^x \dfrac{x^3 dx}{e^x - 1}$ $x = \dfrac{\hbar\omega_D}{k_Б T}$; $\omega_D = u(6\pi^2 n)^{1/3}$

Молярна теплоємність за Дебаєм	$C = \frac{dU}{dT} = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3$ $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k_Б}$
Закон Дюлонга-Пті	$C = 3R$
Залежність електропровідності власного напівпровідника від температури	$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta\varepsilon}{2kT}}$
Повна електропровідність напівпровідника	$\sigma = e(n_- u_- + n_+ u_+)$
Зв'язок між енергією активації напівпровідника $\Delta\varepsilon$ і червоною межею фотопровідності ω_{max}	$\hbar\omega = \Delta\varepsilon$
Поперечна різниця потенціалів в ефекті Холла	$U_X = R_X/Bl$

Квантові статистики

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 354 – 361.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 759 – 764.
3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 679 – 686.
4. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Що називають фазовим простором? Розмірність фазового простору.
- Густина імовірності розподілу частинок. Умова нормування.
- Статистична ймовірність макростану квантової системи (теорії Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака)
- Розподіл мікрочастинок за енергіями

Вміти:

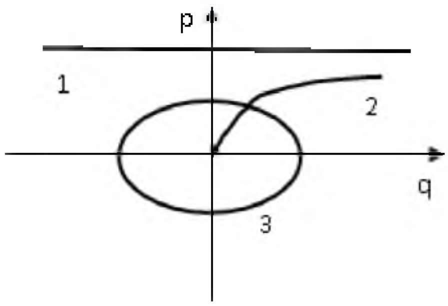
- Одержувати нормовані квантові функції розподілу фермі- та бозе-частинок за енергіями.
- Який фізичний зміст функції $< n(E_i) > = {1}\Big/{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}} - 1}$?
- Визначати кількість частинок в об'ємі V з енергіями, що належать інтервалові $\varepsilon, \varepsilon + \Delta\varepsilon$.
- Хімічний потенціал у випадку статистики Фермі-Дірака при $T = 0$ К
- Температуру виродження ідеального фермі-газу, та бозе-газу..
- ***Розв'язувати задачі*:** 6.139 – 6.153

Питання для самоперевірки

1. Що таке фазовий простір? Що розуміють під точкою у фазовому просторі? Який мінімальний об'єм комірки фазового простору
2. Що таке функція розподілу?
3. Що називають імовірністю? Запишіть умову нормування імовірності деякої події?
4. Запишіть розподіли Больцмана, Максвелла, Максвелла-Больцмана? Який фізичний зміст кожного з них?
5. Як визначити число квантових станів, що містяться у об'ємі фазового простору?
6. Що таке ферміони, як вони розподіляються за енергіями?
7. Що таке хімічний потенціал?
8. Що таке бозони, їх розподіл за енергіями?

Тестові завдання

1. На рисунку наведено приклади фазових траєкторій. Який з рисунків відповідає фазовій траєкторії рівноприскореного руху?



А	Б	В	Г
1	2	3	жоден

2. Чому дорівнює площа елементарної квантової комірки фазової площини?

А	Б	В	Г
h	h^2	h^3	h

3. Механічна система має f ступенів вільності. Тоді фазовий простір має розмірність …

А	Б	В	Г
1	$2f$	$3f$	$4f$

4. Чому дорівнює об'єм елементарної квантової комірки фазового простору?

А	Б	В	Г
h	h^f	h^2	h^3

5. Скільки вимірів має фазовий простір, якщо рух частинки досліджується в декартовій системі координат?

А	Б	В	Г
3	6	9	12

6. Функція розподілу частинок у фазовому просторі визначається формулою …

А	Б	В	Г
$\frac{dN}{dT}$	$\frac{dN}{N}$	$\frac{d^f\Gamma}{N}$	$\frac{d^f\Gamma}{h}$

7. Яка формула визначає густину розподілу бозонів за енергіями, якщо питома густина станів за енергіями $\rho(E)$?

А	Б	В	Г
$\frac{\rho(E)dE}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}-1}$	$\frac{\rho(E)dE}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}+1}$	$\frac{1}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}-1}$	$\frac{1}{e^{\frac{E_i-\mu}{kT}}+1}$

8. Якою статистикою описується система однакових частинок, які можна, якимось чином, відрізнити одну від одної?

А	Б	В	Г
Больцмана	Максвела-Больцмана	Фермі-Дірака	Бозе-Ейнштейна

9. Які з названих частинок підпорядковані статистиці Фермі-Дірака?

А	Б	В	Г
α-частинка, фотон, електрон	протон, α-частинка, нейтрон	фотон, електрон, протон	фотон, нейтрон, електрон

10. Якій статистиці підпорядковані частинки, якщо їхній спін дорівнює $\pm\hbar$?

А	Б	В	Г
Бозе-Ейнштейна	Фермі-Дірака	Максвела-Больцмана	жодній

Приклади розв'язування задач

Задача 4.1. Знайти рівняння фазової траєкторії точки *M*, яка здійснює гармонічне коливання вздовж осі *OX* за законом $x = A\cos\omega t$, та об'єм фазового простору, який припадає на всі стани точки з енергією від *0* до E_0.

Розв'язання.

У разі гармонічного коливання точки М її стан у кожен момент часу визначається зміщенням

$$x = A\cos\omega t$$

та імпульсом

$$p = m\upsilon = m\frac{dx}{dt} = -mA\omega\sin\omega t\,.$$

Множину станів точки уявимо у прямокутній системі координат *OX* (де *O* – положення рівноваги точки) і *Op*. У разі зміни з часом стану точки *M* точка *x*, *p*, що відображає цей стан у фазовому просторі (в нашому випадку – у фазовій площині), описує деяку лінію, яку називають фазовою траєкторією. Знайдемо її рівняння. Оскільки координата *x* змінюється за законом косинуса, а координата *p* – за законом синуса, то фазова траєкторія точки *M* є еліпсом що описується рівнянням

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{p^2}{(\mathrm{mA}\,\omega)^2} = 1\,. \qquad (1)$$

Знайдемо об'єм фазового простору, який припадає на всі стани точки *M* з енергією від *O* до E_0. Він дорівнюватиме фазовій площині, обмеженій еліпсом. Визначимо піввісь цього еліпса через граничну енергію E_0, яку може мати точка *M.*

Максимальна енергія гармонічного коливання точки

$$E_0 = \frac{m\omega^2 A^2}{2}\,. \qquad (2)$$

З рівняння (2) бачимо, що одна піввісь еліпса дорівнює *A*. Визначимо її з рівняння:

$$A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E_0}{m}}. \qquad (3)$$

Друга піввісь еліпса дорівнює

$$p_0 = mA\omega\ .$$

Підставимо у цей вираз значення А з формули (3). Одержимо

$$p_0 = \sqrt{mE_0} .$$

Отже, об'єм фазового простору, який припадає на всі стани точки з енергією від *0* до E_0, дорівнює

$$\Gamma = \pi A p_0 = \frac{\pi}{\omega}\sqrt{\frac{2E_0}{m}}\sqrt{2mE_0} = \frac{2\pi E_0}{\omega}.$$

Відповідь:. $\Gamma = \frac{2\pi E_0}{\omega}$

Задача 4.2. Для металів літію і цезію визначити: відношення концентрацій вільних електронів за Т=0 К; середні енергії вільних електронів за температур Т=0К і T_1=300 К; температури виродження електронів. Рівень Фермі в цих металах відповідно дорівнює $E_{F_{01}} = 4,72 eB$ і $E_{F_{02}} = 1,53 eB$.

Розв'язання.

Концентрацію вільних електронів у металі за Т=0 К визначимо за формулою

$$n_0 = \frac{3}{4} A E_{F_0}^{\frac{3}{2}} ,$$

де $A = \frac{4\pi\sqrt{2m^3}}{h^3}$; m – маса електрона.

Знайдемо відношення концентрації вільних електронів за Т=0 в літії і цезії:

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{\frac{4}{3} A E_{F_{01}}^{\frac{3}{2}}}{\frac{4}{3} A E_{F_{02}}^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{E_{F_{01}}}{E_{F_{02}}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{4,72}{1,53}\right)^{\frac{3}{2}} = 5,42.$$ Середню енергію вільних електронів у металі за Т=0 К і Т>0 К визначимо відповідно за формулами

$$< E >_{T=0} = \frac{3}{5} E_{F_0}, < E > = \frac{3}{5} E_{F_0}\left[1 + \frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_{F_0}}\right)^2\right].$$

Знайдемо числові значення енергії вільних електронів для літію:

$$\langle E_{Li}\rangle_{T=0} = \frac{3}{5} 4{,}72\ (\text{еВ}) = 2{,}83\ (\text{еВ}) = 4{,}53 \cdot 10^{-19}\ (\text{Дж}),$$

$$< E_{Li} >_{T_1} = 4,53 \cdot 10^{-19}\left[1 + \frac{5 \cdot 3,14^2}{12}\left(\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{4,53 \cdot 10^{-19}}\right)^2\right] = 4,53 \cdot 10^{-19}\,(\textit{Дж}) = 2,83\,(eB)$$

Аналогічні обчислення виконаємо для цезію:

$$\langle E_{Cs}\rangle_{T=0} = \frac{3}{5} 1{,}53\ (\text{еВ}) = 0{,}92\ (\text{еВ}) = 1{,}47 \cdot 10^{-19}\ (\text{Дж}),$$

$$< E_{Cs} >_{T_1} = 1,47 \cdot 10^{-19}\left[1 + \frac{5 \cdot 3,14^2}{12}\left(\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,47 \cdot 10^{-19}}\right)^2\right] = 1,47 \cdot 10^{-19}\,(\textit{Дж}) \approx 0,92\,(eB).$$

З обчислень випливає, що значення середньої енергії вільних електронів у металах Li і Cs за температур Т=0 К і T_1=300 К практично однакові.

Знайдемо температуру виродження вільних електронів $T_в$, тобто таку температуру, за якої класичний електронний газ переходить у газ Фермі:

$$T_b = \frac{2}{5}\frac{E_{F_0}}{k}$$

Обчислимо $T_в$ для літію і цезію:

$$T_{b_{Li}} = \frac{2}{5}\frac{4,72 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} = 21890\,(K)$$

$$T_{b_{Cs}} = \frac{2}{5}\frac{1,53\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{1,38\cdot 10^{-23}} = 7096(K).$$

З одержаних результатів бачимо, що за звичайних умов електронний газ у металах дуже квантово вироджений, тобто підлягає лише статистиці Фермі - Дірака.

Відповідь: $\frac{n_{01}}{n_{02}} = 5,42.$;

$$< E_{Li} >_{T=0} = 2,83(eB);\ < E_{Li} >_{T_1} = 2,83(eB);$$

$$< E_{Cs} >_{T=0} = 0,92(eB);\ < E_{Cs} >_{T_1} = 0,92(eB).$$

$$T_{b_{Li}} = 21890(K),\ T_{b_{Cs}} = 7096(K).$$

Задача 4.3. Вважаючи, що на кожен атом міді припадає один вільний електрон, визначити: енергетичний рівень Фермі за абсолютного нуля E_{F0} для міді; середню кінетичну енергію вільних електронів за абсолютного нуля; температуру T, за якої середня кінетична енергія електронів класичного електронного газу дорівнювала б середній енергії вільних електронів у міді за T=0 K.

Розв'язання.

Енергія Фермі за T=0 K дорівнює

$$E_{F_0} = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}, \tag{1}$$

де m – маса електрона, n_0 – концентрація вільних електронів.

Знайдемо число атомів міді в одиниці об'єму n, скориставшись співвідношеннями

$$\rho = nm_{Cu}, \tag{2}$$

$$\mu = N_A m_{Cu} \tag{3}$$

де m_{Cu} – маса атома міді; μ – маса кілограм-атома міді; N_A – число Авогадро.

Поділимо рівняння (2) на рівняння (3):

$$\frac{\rho}{\mu} = \frac{nm_{Cu}}{N_A m_{Cu}} = \frac{n}{N_A}.$$

звідки

$$n = \frac{\rho N_A}{\mu}.$$

Обчислимо n:

$$n = \frac{8930\cdot 6,02\cdot 10^{26}}{64} = 8,4\cdot 10^{28}\left(м^{-3}\right).$$

Оскільки за умовою задачі на кожен атом міді припадає один вільний електрон, то концентрація вільних електронів дорівнює числу атомів міді в одиниці об'єму, тобто $n_0 = 8,4\cdot 10^{28}\ м^{-3}$.

Знайдемо числове значення рівня Фермі за T=0 K за формулою (1):

$$E_{F_0} = \frac{\left(6,63\cdot 10^{-34}\right)}{2\cdot 9,11\cdot 10^{-31}}\left(\frac{3\cdot 8,4\cdot 10^{-34}}{8\cdot 3,14}\right)^{\frac{3}{2}} = 1,12\cdot 10^{-18}(Дж) = 7(еВ).$$

Середня кінетична енергія вільних електронів у металі за T=0 K

$$< E > = \frac{3}{5}E_{F_0}.$$

Отже,

$$< E >= \frac{3}{5} \cdot 7 = 4,2(\text{eB}).$$

Знайдемо температуру, за якої середня кінетична енергія класичного електронного газу дорівнюватиме середній енергії вільних електронів міді за температури абсолютного нуля. Для цього прирівняємо значення <E> та середньої кінетичної енергії електрона класичного електронного газу, яка дорівнює

$$\frac{m\bar{\upsilon}^2}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

де m – маса електрона, $\bar{\upsilon}^2$ - його середня квадратична швидкість.

Отже, можна записати , що

$$\frac{3}{5}E_{F_0} = \frac{3}{2}kT,$$

звідки

$$T = \frac{2}{5}\frac{E_{F_0}}{k}.$$

Виконаємо обчислення:

$$T = \frac{2}{5}\frac{1,12 \cdot 10^{-18}}{1,38 \cdot 10^{-23}} = 3,25 \cdot 10^4(\text{K}).$$

Відповідь: $E_{F_0} = 7(\text{eB})$; $< E >= 4,2(\text{eB})$, $T = 3,25 \cdot 10^4(\text{K})$.

Задача 4.4. У скільки разів число вільних електронів, що припадає на один атом металу за T=0 K, більше в алюмінію, ніж у міді, якщо рівні Фермі цих металів відповідно дорівнюють $E_{F_{01}} = 11,7\,\text{eB}$ і $E_{F_{02}} = 7\,\text{eB}$?

Розв'язання.

Число вільних електронів, що припадає на один атом металу, визначимо так. Концентрація вільних електронів у металі n_0 дорівнює числу атомів металу n, що знаходяться в одиниці його об'єму, помноженому на число вільних електронів, що припадає на один атом металу z, тобто $n_0 = zn$.

Отже, можна записати, що

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{z_1 n_1}{z_2 n_2} \tag{1}$$

звідки

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{n_{01}}{n_{02}}\frac{n_2}{n_1} \tag{2}$$

де z_1 і z_2 – числа вільних електронів, що припадають на один атом відповідно алюмінію і міді; n_{01} і n_{02} - концентрації вільних електронів відповідно в алюмінії і міді; n_1 і n_2 – числа атомів в одиниці об'єму відповідно алюмінію і міді.

Відношення $\frac{n_{01}}{n_{02}}$ знайдемо за значеннями рівнів Фермі за T=0 K:

$$E_{F_0} = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

З урахуванням цього виразу можна записати:

$$\frac{E_{F_{01}}}{E_{F_{02}}}=\left(\frac{n_{01}}{n_{02}}\right)^{\frac{2}{3}}, \text{ звідки } \frac{n_{01}}{n_{02}}=\left(\frac{E_{F_{01}}}{E_{F_{02}}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Підставимо числові значення $E_{F_{01}}$ і $E_{F_{02}}$ й отримаємо

$$\frac{n_{01}}{n_{02}}=\left(\frac{11,7eB}{7eB}\right)^{\frac{3}{2}}=2,16.$$

Відношення $\frac{n_1}{n_2}$ знайдемо з таких міркувань. Густина речовини дорівнює числу атомів в одиниці об'єму, помноженому на масу атома, тобто $\rho = nm_a$. Маса кілограм-атома речовини дорівнює масі атома, помноженій на число Авогадро, тобто $\mu = m_a N_A$.

Звідси можна записати

$$\frac{\rho}{\mu}=\frac{nm_a}{N_A m_a}=\frac{n}{N_A}, \text{ звідки } n=\frac{\rho N_A}{\mu}.$$

З урахуванням цієї залежності, знайдемо

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{\rho_1\mu_2}{\rho_2\mu_1}.$$

Підставивши числові значення, одержимо

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{2700\cdot 64}{8930\cdot 27}=0,7.$$

Підставимо числові значення у вираз (2) й обчислимо

$$\frac{z_1}{z_2}=2,16\cdot\frac{1}{0,7}=3.$$

Отже, число вільних електронів, що припадає на один атом алюмінію, в 3 рази більше за число вільних електронів, що припадає на один атом міді.

Відповідь: $\frac{z_1}{z_2}=3$ рази.

Задача 4.5. Яка ймовірність заповнення в металі рівня, енергія якого: дорівнює енергії Фермі E_F; на 10% менша за енергію Фермі E_F за температури 500 К?

Розв'язання.

Ймовірність того, що вільний електрон перебуватиме у стані з енергією E, описує закон Фермі-Дірака:

$$f(E)=\left[\exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)+1\right]^{-1} \tag{1}$$

Оскільки за умовою задачі енергія вільного електрона E дорівнює енергії Фермі, то

$$f(E_F)=\left[\exp\left(\frac{E_F-E_F}{kT}\right)+1\right]^{-1}=(1+1)^{-1}=0,5.$$

Енергія електрона $E=0,9E_F$, температура металу 500 К. Ймовірність перебування електрона в такому стані визначимо за законом Фермі-Дірака, взявши $E_F=7$ еВ$=1,12\cdot 10^{-18}$ Дж;

$$f(0,9E_F)=\left[\exp\left(\frac{0,9E_F-E_F}{kT}\right)+1\right]^{-1}=\left[\exp\left(-\frac{0,1E_F}{kT}\right)+1\right]^{-1}. \tag{2}$$

Знайдемо числове значення ймовірності перебування електрона у стані $E=0{,}9E_F$ за температури $T=500$ К:

$$f\left(0{,}9E_F\right)=\left[\exp\left(-\frac{0{,}1\cdot 1{,}12\cdot 10^{-18}}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 500}\right)+1\right]^{-1}=1.$$

Відповідь: $f\left(E_F\right)=0{,}5$, $f\left(0{,}9E_F\right)=1.$

Елементи теорії кристалічних граток

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 2. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 338 – 341.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 298 – 308.
3. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Що називається індексом вузла, індексом напряму, індексом площини?
- Що називають вектором трансяції?
- Які точки називають вузлами кристалічної гратки? Які вектори називають базисними?
- Які кристалографічні системи (сингонії) вам відомі?
- Які фізичні типи кристалічних граток хімічних елементів залежно від частинок у вузлах і характеру діючих сил прийнято розрізняти?

Вміти:

- Розраховувати кількість атомів, що припадає на одну елементарну комірку у кристалічних гратках різних типів
- Визначати індекси напрямів та індекси площин.
- ***Розв'язувати задачі*:** 7.1 – 7.16

Питання для самоперевірки

1. У чому полягає зміст термінів «далекий» та «близький» порядок у розташуванні атомів? Який з цих порядків характерний для твердих кристалічних тіл, рідин, аморфних тіл?
2. У чому різниця між моно- і полікристалами?
3. Які особливості структури деяких рідин дають підстави віднести їх до рідинних кристалів? Які типи рідинних кристалів Ви знаєте?
4. Які геометричні типи кристалічних систем існують у природі?
5. Що таке дефекти кристалічних граток? Які типи дефектів вам відомі?
6. Як дефекти кристалічних граток впливають на механічні властивості кристалів?
7. Що називають індексами Міллера (індекси площини)?
8. Що називають індексами напрямів?

Тестові завдання

1. Як називається пряма лінія при повороті навколо якої на деякий кут $2\pi/n$, де n ціле число, фігура збігається з собою?

А	Б	В	Г
кристалографічний напрям	вісь симетрії	координатна вісь	вісь інверсії

2. Відповідно до емпіричних законів кристалографії у кристалах не можуть існувати осі симетрії порядок яких дорівнює …

А	Б	В	Г
3	5	7	9

3. Анізотропія є наслідком….

А	відсутності самовільної орієнтації структурних часток
Б	правильного порядку в розміщенні структурних часток
В	дрібнокристалічної структури
Г	наявності площини симетрії

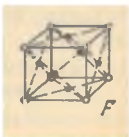
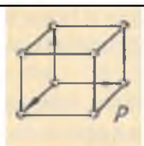
4. Число решіток Браве дорівнює … (1). Вони поділяються на … (2) кристалографічних систем.

А	Б	В	Г
14	7	230	32

5. До якої кристалічної системи відноситься комірка Браве, якщо співвідношення між сторонами (a, b, c) та кутами (α, β, γ) у ній задано співвідношеннями $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = 90°, \gamma = 120°$.

А	Б	В	Г
тетрагональна	гексагональна	кубічна	ромбоедрична

6. Встановіть відповідність між розміщенням вузлів у решітці Браве та їх назвами

1		А	примітивна
2		Б	базоцентрована
3		В	об'ємноцентрована
		Г	гранецентрована

7. Визначте індекси Міллера для площини зображеної на рисунку 1.

А	Б	В	Г
(1 2 4)	(1 4 2)	(2 4 1)	(4 1 2)

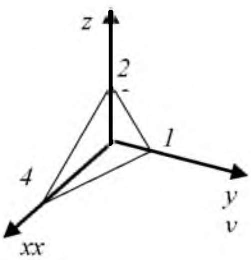


Рисунок 1.

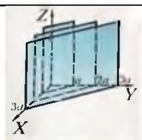
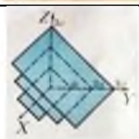
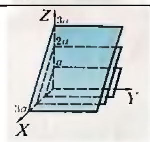
8. Які відрізки відтинає на осях координат площина, задана індексами (2, 3, 6)?

А	Б	В	Г
$\left(\frac{a}{2},\frac{b}{3},\frac{c}{6}\right)$	$\left(\frac{a}{3},\frac{b}{2},\frac{c}{6}\right)$	$\left(\frac{a}{6},\frac{b}{3},\frac{c}{2}\right)$	$\left(\frac{a}{2},\frac{b}{3},\frac{c}{6}\right)$

9. Яка кількість атомів у елементарній комірці об'ємноцентрованої кубічної решітки?

А	Б	В	Г
1	2	3	4

10. Встановіть відповідність між площинами кубічної гратки та їхніми позначеннями.

1	(101)	А	
2	(110)	Б	
3	(011)	В	
4	(010)	Г	
5	(111)		

Приклади розв'язування задач

Задача 4.6. Щільність кристала NaCl рівна 2180 кг/м^3. Атомна маса натрію 23, хлору 35,46. Знайти сталу решітки.

Розв'язання.

Маса елементарної комірки кристала NaCl рівна:

$$M = a^3\rho,$$

де a – постійна решітки, ρ - щільність кристала. Але з іншого боку :

$$M = m_H(N_{Na}A_{Na} + N_{Cl}A_{Cl}),$$

де m_H – маса атому водню (1,66·10^{-27} кг); N_{Na} – кількість атомів натрію елементарній комірці; N_{Cl} – кількість атомів хлору в елементарній комірці; A_{Na} - атомна маса натрію; A_{Cl} – атомна маса хлору.

Прирівнюючи праві частини обох виразів, і, враховуючи, що на одну елементарну комірку NaCl припадає половина атома натрію і половина атому хлору, отримуємо:

$$a = \sqrt[3]{\frac{m_H}{2\rho}(A_{Na} + A_{Cl})}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{1{,}66\cdot 10^{-27}}{2\cdot 2{,}18\cdot 10^{3}}(23 + 35{,}46\,)} = 2{,}81\cdot 10^{-10} м = 2{,}81\cdot 10\ Å$$

Відповідь: $a = 2.81$ Å

Задача 4.7. Яка кількість атомів у елементарній комірці у випадку: 1) простої, 2) об'ємноцентрованої, 3) гранецентрованої кубічної решітки?
Розв'язання.

1) У простій кубічній решітці атоми знаходяться тільки у вершинах кутів комірки. Одна вершина належить восьми паралелепіпедам кристалічної решітки. Тому на кожну вершину однієї комірки припадає одна восьма частина атома, що знаходиться у вершині (рис. 4,а):

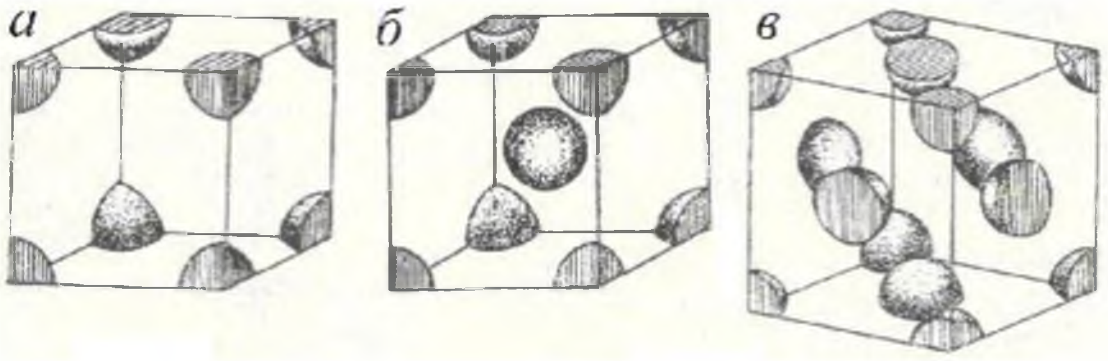


Рис. 4,а *Рис. 4,б* *Рис. 4,в*

Комірка має вісім кутів, очевидно, на неї припадає один атом.

2) В об'ємноцентрованій кубічній решітці, крім атомів, що знаходяться у кутках, елементарній комірці належить повністю внутрішній центральний атом(рис. 4,б). Таким чином в об'ємноцентрованій кубічній решітці на кожну комірку припадає два атоми.

3) В гранецентрованій кубічній решітці атоми, що розміщені у центрі граней, належать двом коміркам(рис. 4, в). Тому кількість атомів в елементарній комірці – чотири.

Відповідь:

1) у простій кубічній решітці міститься один атом,
2) об'ємноцентрована кубічна решітка містить два атоми,
3) гранецентрована кубічна решітка містить чотири атоми.

Задача 4.8. Знайти відрізки, які відсікають на осях решітки площину (125).

Розв'язання.

Записуємо величини, обернені до індексів площини: $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}$.

Спільний знаменник 10. Так як A:B:C= $\frac{1}{1}:\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$, то A=10, B= 5, C=2.

Відповідь: A=10, B= 5, C=2

Задача 4. Знайти індекси площини, що проходять через кутові точки кристалічної решітки з координатами 9 10 30, якщо параметри решітки $a = 3, b = 5, c = 6$.

Розв'язання.

З теорії кристалічної решітки слідує, що

$$h:k:l = \frac{a}{A}:\frac{b}{B}:\frac{c}{C},$$

де h, k, l – індекси Міллера. Тоді

$$h:k:l = \frac{3}{9}:\frac{5}{10}:\frac{6}{30} = \frac{1}{3}:\frac{1}{2}:\frac{1}{5} = 10:15:6.$$

Відповідь: $h:k:l = 10:15:6$.

Задача 4.9. Визначити сталу ґратки кристала LiJ, якщо відомо, що дзеркальне відображення першого порядку рентгенівських променів з довжиною хвилі 2,10 Å від природної грані цього кристала відбувається при куті ковзання 10°5'.

Розв'язання.

Сталу ґратки LiJ знайдемо з формули Вульфа-Брегга

$$2d\sin\vartheta = k\lambda,$$

звідки

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\vartheta};$$

$$d = \frac{2,1}{2\sin 10°5'} \approx 6,00\ \text{Å}.$$

Відповідь: $d \approx 6,00$ Å.

Задача 4.10. Відомо, що довжина хвилі характеристичного рентгенівського випромінювання, отриманого з мідного анода, становить 1,537 Å. Ці промені, потрапляючи на кристал алюмінію, викликають дифракцію від площини (111) під бреггівським кутом 19,2°. Алюміній має структуру гранецентрованого куба (м ц. к.), густина якого 2699 кг/м^3, атомна вага 26,98. Розрахувати число Авогадро за цими експериментальними даними.

Розв'язання

За формулою Вульфа-Брегга

$$2d_{111}\, sin\,\Theta = k\lambda.$$

Знайдемо міжплощинну відстань при k □ 1

$$d_{111} = \lambda/2sin\,\Theta. \quad (1)$$

Так як для кубічної решітки

$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}},$$

то

$$d_{111} = a/\sqrt{3}. \quad (2)$$

З рівнянь (1) і (2)

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\lambda}{2sin\,\Theta},$$

визначаємо a за формулою

$$a = \sqrt{3}\lambda/2sin\,\Theta$$

В елементарній комірці гранецентрованої решітки міститься чотири атома. Тому число атомів в одиниці об'єму металу

$$n = \frac{N}{V} = \frac{4}{a^3} = 4\cdot\frac{8sin^3\,\Theta}{\sqrt{27}\lambda^3} = \frac{32}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{sin^3\,\Theta}{\lambda^3}. \quad (3)$$

З іншої сторони, число атомів в одиниці об'єму

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A\rho}{M} = \frac{N_A\rho}{A}. \quad (4)$$

де N - число Авогадро; A – атомна вага; ρ - густина. Тоді з (3) і (4) матимемо

$$\frac{N_A\rho}{A} = \frac{32}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{sin^3\,\Theta}{\lambda^3},$$

Остаточно

$$N_A = \frac{32}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{Asin^3\,\Theta}{\lambda^3\rho}.$$

$$N_A = \frac{32}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{26,98\cdot sin^3\,19,2}{(1,537\cdot10^{-10})^3\cdot2699} = 6\cdot10^{23}.$$

Відповідь: $N_A = 6\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$.

Теплові властивості кристалів

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики: Навчальний посібник.- Т. 3.: Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т.Горбачук — К.: Техніка, 2006. – С. 365 – 377.

2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик – К.; Ірпінь: Перун, 2005. — С. 767 – 770, 772 – 775.
3. Загальний курс фізики: Збірник задач/ І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін./ За заг.ред. І. П. Гаркуші. — К.: Техніка, 2003. — 560 с.

Знати:

- Що таке фонон? Чим вони відрізняються від звичайних частинок? Скільки поляризаційних станів має фонон?
- Силу яка діє на атом кристалічних ґраток з урахуванням першої ангармонічної поправки.
- Зв'язок між пружними сталими ґраток. Зв'язок коефіцієнта лінійного розширення з пружними сталими ґраток.
- Інтерполяційну формулу Дебая для молярної коливальної енергії кристала (фононного газу). За яких припущень вона буде слушною?
- Функцію Дебая. Фононний внесок до молярної теплоємності кристала при низьких температурах
- Закон Дюлонга і Пті.

Вміти:

- Розраховувати коефіцієнти лінійного та об'ємного розширення.
- Розраховувати температуру Дебая.
- Оцінити середню довжину вільного пробігу фононів.
- Виводити співвідношення для молярної теплоємності твердого тіла за сталого об'єму (закон кубів Дебая).
- ***Розв'язувати задачі*:** 7.17 – 7.42

Питання для самоперевірки

1. Чим відрізняється рух частинок в кристалі від теплового руху молекул в рідинах і газах?
2. Як залежить енергія коливального руху частинок кристалу від температури?
3. Який зв'язок існує між коефіцієнтом лінійного розширення і відносним видовженням?
4. Як визначається молярна теплоємність твердих сполук?
5. Хто є творцем квантової теплоємності кристалів?
6. Що таке характеристична температура Дебая?

Тестові завдання

1. Яке співвідношення між коефіцієнтом об'ємного β та лінійного α розширення для ізотропного кристала?

А	Б	В	Г
$\beta = \alpha$	$\beta = 3\alpha$	$3\beta = \alpha$	такого співвідношення не існує

2. Відповідно до теорії корпускулярно-хвильового дуалізму будь-яким хвилям відповідають частинки і навпаки. Квантування пружних хвиль призводить до поняття … .

А	Б	В	Г

фотон	фонон	полярон	ексітон

3. Встановіть відповідність між формулами, які визначають молярну теплоємність твердих тіл і їх авторами.

1	$3R(\hbar\omega/kT)^2 e^{-\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}$	А	Неймана і Коппа
2	$234 \cdot R(kT/\hbar\omega_{max})^3$	Б	Дюлонга і Пті
3	$3R$	В	Ейнштейна
4	$AT + BT^2$	Г	Дебая
		Д	Борна і Кармана

4. Сила, яка діє на атоми кристалічних граток і пояснює явище теплового розширення, задається формулою… .

А	Б	В	Г
$F = -kx$	$F = -kx + \beta x^2$	$F = k\dfrac{\lvert q_1\rvert \cdot \lvert q_2\rvert}{r^2}$	$F = G\dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

5. Який зв'язок між граничною частотою Дебая і характеристичною температурою Дебая?

А	Б	В	Г
$k\Theta = h\omega$	$k\Theta = \hbar\omega$	$k\Theta = \hbar\omega_{max}$	$2w = 3k\Theta$

6. Скільки поляризаційних станів може мати фонон.

А	Б	В	Г
1	2	3	безліч

7. Дебаївська температура хімічних елементів за умови зростання атомного номера …

А	Б	В	Г
збільшується	зменшується	незмінюється	інша поведінка

8. В процесі розрахунків молярної теплоємності враховувати фононний внесок будемо за умови … .

А	Б	В	Г
$\Theta_D \ll T$	$\Theta_D \approx T$	$\Theta_D \gg T$	$\Theta_D = T$

9. Для яких із вказаних у таблиці 1 елементів при розрахунках теплоємності можна користуватися законом Дюлонга і Пті, якщо температтура змінюється в межах $290 < T < 320\ K$

Таблиця 1.

Елемент	Температура Дебая Θ_D, K
Li	400
Be	1000
Bi	120
K	100
Mg	318
B	1250
Au	170
C (алмаз)	1860

А	Б	В	Г
Be, B, C	Li, Mg	K, Bi, Au	до жодного

10. Чому дорівнює максимальна енергія фононів у кристалі з температурою Дебая 88 К

А	Б	В	Г
7,59 меВ	98,0 мкеВ	7,59 мкеВ	1,02 МеВ

Приклади розв'язування задач

Задача 4.11. Обчислити граничну частоту Дебая, якщо кілограм-атомна теплоємність C_V срібла за температури T=20 K дорівнює 1,7 кДж/кг·атом·K.

Розв'язання.

Між граничною частотою Дебая і характеристичною температурою Дебая існує такий зв'язок:

$$k\theta_D = \hbar\omega_{\max}$$

звідки

$$\omega_{\max} = \frac{k\theta_D}{\hbar} \qquad (1)$$

Характеристичну температуру Дебая знайдемо з формули теплоємності тіла за низьких температур (закону T^3-Дебая):

$$C_{V_{(T \ll \theta_D)}} = \frac{12}{5}\pi^4 N_A k \theta_D^{-3} T^3 \; ; \qquad (2)$$

$$\theta_D^3 = \frac{234RT^3}{C_V} = \frac{234 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 20^3}{1700} = 9{,}15 \cdot 10^6 \text{ , звідки } \theta_D = 209 \text{ K.}$$

Підставимо значення θ_D у формулу (1). Знайдемо

$$\omega_{\max} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 209}{1{,}06 \cdot 10^{-34}} = 2{,}7 \cdot 10^{13} \text{ (рад/с).}$$

Відповідь: $\omega_{\max} = 2{,}7 \cdot 10^{13}$ рад/с.

Задача 4.12. Скориставшись теорією теплоємності Дебая, визначити зміну внутрішньої енергії одного кілограм-атома алюмінію і вольфраму в разі нагрівання від 20 до 40 K. Відомо, що характеристична температура Дебая для алюмінію становить 246 K, для вольфраму – 280 K. Вважати, що $T \ll \Theta_D$.

Розв'язання.

Зміну внутрішньої енергії кристала без урахування розсіювання енергії визначимо за формулою

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT.$$

Теплоємність кристала за низьких температур залежить від температури тіла. Згідно із законом Дебая вона пропорційна кубу абсолютної температури і дорівнює

$$C_{V_{T \ll \theta_D}} = \frac{12}{5}\pi^4 N_0 k \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 .$$

де N_0 – число атомів тіла.

Для кілограм-атома тіла

$$C_{V_{T \ll \theta_D}} = \frac{12}{5}\pi^4 N_0 k \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 = 234R\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

де $R = kN_A$ - універсальна газова стала.

Визначимо зміну внутрішньої енергії кілограм-атома алюмінію в разі зміни температури від T_1 до T_2:

$$\Delta U_{Al} = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT = \int_{T_1}^{T_2} 234R\left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \mathrm{dT} = 234\,\mathrm{R}\,\theta^{-3}\cdot\frac{1}{4}\left(T_2^4 - T_1^4\right).$$

Обчислимо ΔU_{Al}:

$$\Delta U_{Al} = 234\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot 246^{-3}\cdot(40^4 - 20^4)/4 = 39{,}25\ (\text{Дж})$$

Аналогічно знайдемо зміну внутрішньої енергії кілограм-атома вольфраму:

$$\Delta U_V = 234\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot 280^{-3}\cdot(40^4 - 20^4)/4 = 26{,}6\ (\text{Дж})$$

Відповідь: $\Delta U_{Al} = 39{,}25$ (Дж); $\Delta U_V = 26{,}6$ (Дж).

Зонна теорія твердих тіл. Фізика напівпровідників

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 341 – 354.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 780 – 791.
3. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 455 – 458.
4. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Що таке ефективна маса електрона та дірки?
- Енергетичні зони у кристалі. Розподіл електронів по енергетичних зонах.
- Власна та домішкова електропровідність. Як залежить електропровідність власного напівпровідника від температури? Чому дорівнює електропровідність напівпровідника?
- Статистику електронів напівпровідників із власною провідністю.
- Внутрішній фотоефект. Фотопровідність.
- Сутність ефекту Холла.

Вміти:

- Пояснювати розчеплення енергетичних рівнів ізольованих атомів під час утворення кристала.
- Використовуючи зонну теорію встановлювати чи є речовина провідником.
- ***Розв'язувати задачі*:** 7.66 – 7.85, 7.88 – 7.90

Питання для самоперевірки

1. Що таке енергетичні зони в кристалах? Який механізм їх утворення?
2. За яким принципом проходить розподіл електронів за енергетичними зонами?
3. Які зони називають дозволеними, а які забороненими? Яку зону називають валентною, а яку провідною?
4. Як з точки зору зонної теорії речовини ділять на провідники, діелектрики, напівпровідники?
5. Що є носіями струму в напівпровідниках?
6. В чому суть власної провідності напівпровідників? У чому суть домішкової провідності напівпровідників?

7. Покажіть схематично утворення напівпровідника з електронною (дірковою) провідність.
8. Вкажіть розташування домішкових акцепторних (донорних) рівнів. Коли вони з'являються?
9. Як залежить провідність напівпровідника від температури?
10. Які процеси відбуваються при контакті діркового і електронного напівпровідників? Зобразіть схематично.

Тестові завдання

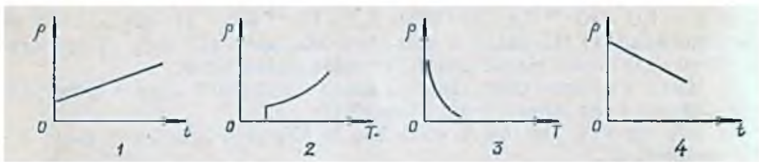
1. Електрон-фононна взаємодія призводить до утворення квазічастинок … .

А	Б	В	Г
плазмонів	екситонів	поляронів	магнонів

2. Напівпровідник поглинув фотон енергія якого менша за ширину забороненої зони. Внаслідок поглинання утворилася зв'язана пара електрон- дірка, яку називають … .

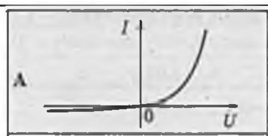
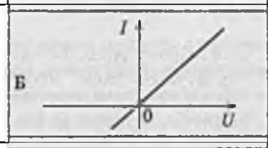
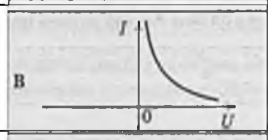
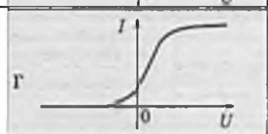
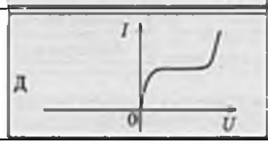
А	Б	В	Г
плазмонів	екситонів	поляронів	магнонів

3. Який з графіків відповідає залежності питомого опору напівпровідника від температури?



А	Б	В	Г
1	2	3	4

4. Установіть відповідність між назвами пристроїв та їхніми вольт-амперними характеристиками.

1	Відрізок металевого дроту	А	
2	Вакуумний діод	Б	
3	Напівпровідниковий діод	В	
4	Газорозрядна лампа	Г	
		Д	

5. Установіть відповідність між назвами речовин і вільними носіями зарядів у цих речовинах.

1.	Метали	А	Позитивні та негативні йони
2.	Напівпровідники	Б	Позитивні йони й електрони
3.	Іонізовані гази	В	Електрони
4.	Розчини електролітів	Г	Негативні йони й електрони
		Д	Електрони та дірки

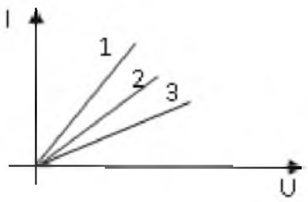
6. Ділянка контакту двох напівпровідників із різними типами провідності дістала назву…

А	Б	В	Г
контактної різниці	подвійний запірний шар	n-, p- перехід	діод

7. Якщо до чотиривалентного Силіцію додано п’ятивалентний Арсен то новий кристал матиме більше … частинок і називатиметься напівпровідником …. типу, а Арсен виступатиме …. домішкою.

А	Б	В	Г
Позитивних p- акцепторною	Позитивних n- акцепторною	Негативних n- донорною	Негативних p- донорною

8. Порівняйте температури однакових напівпровідникових терморезисторів, вольтамперні характеристики яких показані на рисунку.



А	Б	В	Г
$T_1 < T_2 < T_3$	$T_1 > T_2 > T_3$	$T_1 = T_2 = T_3$	$T_1 < T_2 > T_3$

9. Вкажіть інтервал довжин хвиль електромагнітного випромінювання для якого має місце внутрішній фотоефект у германії. Якщо ширина забороненої зони напівпровідників $\Delta\varepsilon = 0{,}67$ еВ .

А	Б	В	Г
$\lambda < 1{,}85$ мкм	$\lambda > 1{,}85$ мкм	$-\infty < \lambda < +\infty$ мкм	внутрішній фотоефект у германії не спостерігається

10. Після внесення домішки миш’яку в кристал германію концнтрація електронів провідності стала $4 \cdot 10^{20}$ м$^{-3}$ Скільки в середньому атомів германію припадає на один атом миш’яку? Концентрацію власних вільних носіїв не враховувати, кожен атом домішки дав один електрон провідності.

А	Б	В	Г
49	$2{,}1\ 10^{6}$	$1{,}1\ 10^{8}$	$7{,}95\ 10^{9}$

Приклади розв’язування задач

Задача 4.13. Частина атомів германію заміщена атомами стибію. Розглядаючи додатковий електрон домішкового атома за моделлю Бора, оцінити енергію E його зв’язку і радіус орбіти r. Відносна діелектрична проникність германію ε=16.

Розв’язання.

У разі заміщення одного атома германію на атом стибію з п’яти валентних електронів останнього тільки чотири припадає на зв’язок із кристалічною граткою германію. Для п’ятого електрона стибію немає партнера для утворення ковалентного зв’язку. Тому він виявляється слабко зв’язаним із ядром атома стибію. Оскільки ядро атома стибію разом із чотирма його електронами, що утворили ковалентні зв'язки, становлять позитивний йон, то система, яка складається з цього позитивного іона і надлишкового електрона, подібна до атома водню. Тому енергію зв'язку і радіус орбіти надлишкового електрона можна оцінити, скориставшись моделлю атома Бора. Якби атом стибію був ізольованим, то енергія рівнів його електронів визначалася б за формулою

$$E = \frac{Z_{еф}^2 E_0}{n^2} \qquad (1)$$

а радіус орбіти

$$r = \frac{n^2 \varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \qquad (2)$$

Оскільки атомоподібна система, що розглядається, має ефективний заряд ядра $z_{еф}=1$, то енергія рівнів електронів такої ізольованої системи визначатиметься за формулою

$$E = \frac{E_0}{n^2},$$

де $E_0 = \frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13,6(\text{еВ})$; m_e – маса електрона.

У зв'язку з тим, що цей "атом" знаходиться в середовищі, в останньому виразі діелектричну проникність вакууму ε_0 потрібно замінити на діелектричну проникність середовища $\varepsilon_0\varepsilon$. Тоді одержимо

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon^2 n^2} = \frac{13,6(\text{еВ})}{16^2 n^2} = \frac{0,053}{n^2}(\text{еВ}).$$

За n=1 оцінимо енергію зв'язку електрона такого "атома" з його ядром, тобто $E_{зв}$=0,053 еВ.

Щоб оцінити радіус такого "атома", у формулі (2) візьмемо n таким, що дорівнює одиниці, а діелектричну проникність середовища, в якому перебуває цей "атом", – $\varepsilon_0\varepsilon$.. Одержимо

$$r = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon h^2}{\pi m_e e^2} = \frac{8,85\cdot 10^{-12}\cdot 16\cdot\left(6,63\cdot 10^{-34}\right)^2}{3,14\cdot 9,11\cdot 10^{-31}\left(1,6\cdot 10^{-19}\right)^2} = 8,5\cdot 10^{-10}(\text{м}) = 0,85\,нм.$$

Відповідь: $E_{зв}$=0,053 еВ , r=0,85 нм.

Задача 4.14. Власний напівпровідник (германій) за деякої температури має питомий опір ρ=0,48 Ом·м. Визначити концентрацію носіїв електричного струму, якщо рухливість електронів μ_n=0,36 м^2/В·с, а дірок – μ_p=0,16 м^2/В·с.

Розв'язання.

Концентрацію носіїв електричного струму у власному напівпровіднику визначимо за питомою електропровідністю:

$$\sigma = ne\left(\mu_n + \mu_p\right),$$

звідки

$$n = \frac{\sigma}{e\left(\mu_n + \mu_p\right)} = \frac{1}{\rho e\left(\mu_n + \mu_p\right)}.$$

Обчислимо значення n:

$$n = \frac{1}{0,48\cdot 1,6\cdot 10^{-19}(0,36+0,16)} = 2,5\cdot 10^{19}\text{м}^3.$$

Відповідь: $n = 2,5\cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

Задача 4.15. У скільки разів зміниться з підвищенням температури від 300 до 310 К питома електропровідність: металу; власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого $\Delta E = 0,300 еВ$? Який характер зміни цього показника в обох випадках?

Розв'язання.

Питома електропровідність металу

$$\sigma_i = \frac{ne^2\overline{\lambda}}{2m\overline{\upsilon_T}},$$

де $\overline{\upsilon_T}$ - швидкість теплового руху електрона, яка пропорційна $\sqrt{T}$:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{T}}.$$

Знайдемо співвідношення питомих електропровідностей металу за T_2 і T_1:

$$\frac{\sigma_{2i}}{\sigma_{1i}} = \frac{1}{\sqrt{T_2}} : \frac{1}{\sqrt{T_1}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{300}{310}} = 0,98.$$

Звідси випливає, що з підвищенням температури питома електропровідність металу зменшується в

$$\frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{2i}} = \frac{1}{0,98} = 1,02 \text{ рази.}$$

Питома електропровідність напівпровідника з власною провідністю

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$

де σ_0 - питома електропровідність напівпровідника за $T \to \infty$, тобто за умови, що всі валентні електрони стали вільними; ΔE – ширина забороненої зони напівпровідника.

Обчислимо співвідношення

$$\frac{\sigma_{2ii}}{\sigma_{1ii}} = \frac{\sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT_2}}}{\sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT_1}}} = e^{\frac{\Delta E}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} = e^{\frac{4,8\cdot 10^{-20}}{2\cdot 1,38\cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{300} - \frac{1}{310}\right)} = 1,21 \text{ рази.}$$

Отже, питома електропровідність напівпровідника із підвищенням температури зростає.

Відповідь: $\frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{2i}} = 1,02$ рази, $\sigma_{2i} < \sigma_{1i}$; $\frac{\sigma_{2ii}}{\sigma_{1ii}} = 1,21$ рази, $\sigma_{2ii} > \sigma_{1ii}$.

Електричні та магнітні властивості металів

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – 536 с.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 775 – 779.
3. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Класичну та квантову теорію провідності металів.
- Що таке діа-, пара-, феро-, антиферо-, феримагнетики? Їх магнітна сприйнятливість
- Що таке коерцитивна сила?
- Закон Відемана- Франца, Кюрі, Кюрі-Вейса.
- Чому магнітна сприйнятливість парамагнітних металів не залежить від температури та не підлягає закону Кюрі.
- Чим відрізняється механізм виникнення опору у металі за класичною та квантовою теоріями?

Вміти:

- Одержати закон Відемана-Франца, ґрунтуючись на квантових уявленнях
- ***Розв'язувати задачі*: 7.43 – 7.65

Питання для самоперевірки

1. Сформулюйте основні положення моделі вільних електронів.
2. Дайте визначення терміну «провідність».
3. Закон Відемана-Франца.
4. Що таке енергія Фермі?
5. За яким принципом здійснюється поділ мікрочастинок на ферміони і бозони?
6. Які магнітні властивості відіграють важливу роль в електромашинобудуванні і приладобудуванні?
7. Які фізичні фактори визначають магнітні властивості металів?

Макроскопічні квантові явища

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – 536 с.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 770 – 771, 776 - 780.
3. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Явище надплинності.
- Явище надпровідності.
- Ефект Мейснера.
- Ефекти Джозефсона. Квантовий ефект Холла.

Вміти:

- ***Розв'язувати задачі*: 7.110 – 7.131.

Питання для самоперевірки

1. У чому полягає суть явища надпровідності?
2. У чому полягає суть явища надплинності?
3. Назвіть особливості квнтового ефекту Холла?
4. У чому суть квантового ефекту Джозефсона?
5. Високотемпературна надпровідність.

Тема 5
ФІЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Закони і основні формули теми

Назва	Формула для визначення
Зв'язок між масовим та зарядовим числом ядра	$A = Z + N$
Зв'язок між розміром і масовим числом ядра	$R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$, $R_0 \approx 1{,}2 \ldots 1{,}5$ фм
Дефект маси ядра	$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_я = Zm_H + Nm_n - m_a$
Енергія звязку ядра	$W_{зв} = c^2[Zm_H + (M - Z)m_n - m_a]$
Закон радіоактивного розпаду	$N = N_0 e^{-\lambda t}$
Зв'язок періоду піврозпаду зі сталою радіоактивного розпаду	$T = \frac{ln2}{\lambda}$
Закон накопичення дочірних ядер за умови їх радіоактивності	$N_2 = N_{01}\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$
Рівняння «вікової» рівноваги	$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$
Енергія ядерної реакції	$Q = c^2\left(\sum_{i=1}^{n} m_i - \sum_{j=1}^{k} m_j\right)$
Поріг ендоенергетичної реакції	$T_{пор} = \lvert Q\rvert\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$
Поріг ендоенергетичної реакції для релятивіських частинок	$T_{пор} = \lvert Q\rvert\left(1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{\lvert Q\rvert}{2m_2c^2}\right)$
Енергія, що випромінюється збудженим ядром (ефект Мессбауера)	$\varepsilon_\gamma = E\left(1 - \frac{E}{2m_я c^2}\right)$
Умова синхронізації у циклотроні	$T_0 = T = \frac{2\pi m}{qB}$
Енергія збудження складеного ядра	$E_{зб} = T + E_{зв}$
Коефіцієн розмноження нейтронів у середовищі	$k = \frac{N_n}{N_{n-1}}$
Енергія втрачена нейтроном при пружному розсіянні на ядрі	$\Delta E_{max} = \frac{4A}{(1 + A)^2}E_0$
Енергія втрачена нейтроном при пружному розсіянні на ядрі на довільний кут	$\Delta E = \Delta E_{max} sin^2\frac{\Theta}{2}$
Актисність	$A = \lvert dN/dt\rvert = \lambda N$

Поглинута доза	$D_п = \frac{dE}{dm}$
Експозиційна доза опромінення	$D = \frac{dE}{dV}$
Потужність експозиційної дози	$P = \frac{dD}{dt}$

Склад та характеристики атомного ядра. Ядерні сили. Енергія зв'язку ядра

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 401 – 416.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 813 – 818.
3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 696 – 710.
4. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 461 – 468.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Склад атомного ядра властивості протонів і нейтронів.
- Зв'язок між розмірами ядра та його масовим числом.
- Дефект мас та енергія зв'язку атомних ядер.
- Ядерні сили та їх властивості.
- Моделі атомного ядра
- Магнітні властивості атомного ядра. ЯМР.

Вміти:

- Знаходити дефекти мас. Визначати енергію зв'язку у розрахунку на нуклон (групу нуклонів).
- Визначати розміри ядер за відомими масами.
- Визначати магнітні моменти ядер.
- ***Розв'язувати задачі***: 8.26 – 8.37

Питання для самоперевірки

1. З яких часток складається ядро? Які властивості цих часток і взаємоперетворюваність?
2. Що таке дефект маси ядра і енергія зв'язку? Який фізичний зміст понять?
3. Що називають електричним квадрупольним моментом ядра?
4. Що називають ядерним магнітним резонансом
5. Які моделі атомного ядра Ви знаєте?
6. Як розрахувати енергію ядра атома за формулою Вейцзекера?
7. Назвіть експериментальні факти, які підтверджують основні властивості ядерних сил.
8. Що називають масовим числом? Як його визначають?
9. Що таке атомна одиниця маси (а.о.м.)?

10. Що називають питомою енергія зв'язку, енергія зв'язку нуклона у ядрі, енергією зв'язку частинки у ядрі?

Тестові завдання

1. Порядковий номер хімічного елемента у періодичній таблиці Менделєєва визначається кількістю … у ядрі атома ?

А	Б	В	Г
нейтронів	протонів	нуклонів	електронів

2. Масове число хімічного елемента визначається кількістю … у атомному ядрі?

А	Б	В	Г
нейтронів	протонів	нуклонів	електронів

3. Які з наведених пар ядер є ізотопами?

А	Б	В	Г
${}^{40}_{18}Ar;\ {}^{40}_{20}Ca$	${}^{14}_{6}C;\ {}^{15}_{7}N$	${}^{28}_{14}Si;\ {}^{30}_{14}Si$	${}^{13}_{6}C;\ {}^{13}_{7}N$

4. Які з наведених пар ядер є ізотонами?

А	Б	В	Г
${}^{16}_{8}O;\ {}^{16}_{7}N$	${}^{14}_{6}C;\ {}^{15}_{7}N$	${}^{3}_{1}H;\ {}^{2}_{3}He$	${}^{28}_{14}Si;\ {}^{30}_{14}Si$

5. Ядра ${}^{40}_{18}Ar$ ${}^{40}_{20}Ca$ називають…?

А	Б	В	Г
ізобарами	ізотонами	ізотопами	дзеркальними

6. За якою формулою визначається енергія зв'язку ядер?

А	Б	В	Г
$E = mc^2$	$E = \Delta mc^2$	$E = m_0c^2$	$E = \Delta m^2 c$

7. За якою формулою розраховується енергія зв'язку нуклонів у ядрі ${}^{3}_{1}H$?

А	Б	В	Г
$E = c^2\left(m_p + 2m_n - m_я\right)$	$E = c^2\left(2m_p + m_n - m_я\right)$	$E = c^2\left(2m_p + m_n + m_я\right)$	$E = c^2\left(2m_p + 2m_n - m_я\right)$

8. Питома енергія зв'язку це …

А	робота, яку виконують ядерні сили над нуклонами під час створення ядра
Б	енергія зв'язку яка припадає на один протон
В	енергія зв'язку яка припадає на один нуклон
Г	енергія зв'язку яка припадає на один нейтрон

9. Дефект мас – це різниця мас…

А	усіх нейтронів, що входять до складу ядра і ядра
Б	усіх протонів, що входять до складу ядра і ядра
В	усіх нуклонів, що входять до складу ядра і ядра
Г	протонів і нейтронів у ядрі

10. Який із вказаних фактів свідчить про те, що ядерні сили не є центральними?

А	ядерні сили не залежать від електричного заряду
Б	кожен нуклон у ядрі взаємодіє лише з обмеженою кількістю сусідів

В	ядерні сили залежать не лише від відстані, а й від орієнтації спінів нуклонів
Г	ядерні сили помітні на дуже малих відстанях

Приклади розв'язування задач

Задача 5.1. Знайти дефект маси та енергії зв'язку ядра ізотопу літію $^{7}_{3}Li$.

Розв'язання

Маса ядра $m_я$ завжди менша за суму мас частинок, що входять до його складу. Це зумовлено тим, що в разі об'єднання нуклонів у ядро виділяється енергія зв'язку нуклонів одного з одним. *Енергія зв'язку $W_{зв}$ дорівнює роботі, яку потрібно виконати, щоб розділити нуклони і віддалити їх один від одного на такі відстані, за яких вони практично не взаємодіють між собою*. Отже, енергія ядра менша за енергію системи взаємодіючих нуклонів на величину $W_{зв}$. Згідно із законом взаємозв'язку маси та енергії зменшення енергії тіла на ΔW має супроводжуватись еквівалентним зменшенням маси тіла на

$$\Delta W / c^2 = \Delta m = \left\{ Zm_p + (M - Z)m_n - m_я \right\}.$$

Отже, енергія зв'язку нуклонів у ядрі

$$W_{зв} = c^2 \left\{ Zm_p + (M - Z)m_n - m_я \right\} \qquad (1)$$

Величину, взяту у фігурні дужки, називають дефектом маси.

Виразом (1) не зовсім зручно користуватися, оскільки в таблицях зазвичай наводять маси не ядер, а атомів. Тому його перетворюють так, щоб замість маси ядра $m_я$ в нього входила маса нейтрального атома m_a. Якщо врахувати, що маса нейтрального атома m_a дорівнює сумі мас ядра $m_я$ та електронів, що складають електронну оболонку атома Zm_e, тобто $m_a = m_я + Zm_e$ тому $m_я = m_a + Zm_e$ і вираз (1) набуде вигляду:

$$W_{зв} = c^2 \left\{ Zm_p + (M - Z)m_n - (m_a - Zm_e) \right\} = c^2 \left\{ Z(m_p + m_e) + (M - Z)m_n - m_a \right\}$$

Врахувавши, що $m_p + m_e = m_H$ тобто сума мас протона та електрона дорівнює масі атома водню $^{1}_{1}H$, запишемо

$$W_{зв} = c^2 \left\{ Zm_H + (M - Z)m_n - m_a \right\} \qquad (2)$$

Знайдемо дефект маси та енергії зв'язку нуклонів у ядрі з Li, до складу якого входять три протони (Z = 3) і чотири нейтрони (M – Z = 4). Маса атома водню $^{1}_{1}H$ дорівнює 1,007825 а.о.м., маса атома $^{7}_{3}Li$ 7,016005 а.о.м., масса нейтрона 1,008665 а.о.м.

Звідси $\Delta m = 3 \cdot 1.007825 + 4 \cdot 1.008665 - 7.016005 = 0.04213$ а.о.м.

Одній атомній одиниці маси відповідає енергія 931,5 МеВ, то енергія зв'язку ядра атома літію $^{7}_{3}Li$

$$W_{^{7}_{3}Li} = 0,04213 \cdot 931,5 = 39,2 \text{ (МеВ)}.$$

Таку енергію слід затратити, щоб розщепити ядро $^{7}_{3}Li$ на нуклони.

Відповідь: $\Delta m = 0{,}04213$ а. о. м.; $W_{^{7}_{3}Li} = 39{,}2$ МеВ.

Задача 5.2. Показати зарядову незалежність ядерних сил для ядер ізотопів водню $^{3}_{1}H$ і гелію $^{3}_{2}He$. Маса атомів цих ізотопів відповідно 3,016049 і 3,016030 а.о.м.

Розв'язання

Обидва ядра мають по три нуклони: у першому – один протон і два нейтрони, у другому – два протони і один нейтрон. Енергія зв'язку цих ядер

$$W_{^{3}_{1}\mathrm{H}} = \left(m_{^{1}_{1}H} + 2m_n - M_{^{3}_{1}H} \right) \cdot 931,5$$

$W_{{}^3_1H} = (1{,}007276 + 2 \cdot 1{,}008665 - 3{,}016049) \cdot 931{,}5 = 0{,}008557 \cdot 931{,}5 = 7{,}970$ МеВ
для тритію і

$$W_{{}^3_2\mathrm{H}} = \left(2m_{{}^1_1H} + 1m_n - M_{{}^3_2He}\right) \cdot 931{,}5$$

$W_{{}^3_1H} = (2 \cdot 1{,}007276 + 1{,}008665 - 3{,}016030) \cdot 931{,}5 = 0{,}007487 \cdot 931{,}5 = 6{,}695$ МеВ
для гелію-3.

Меншу енергію зв'язку ядра ${}^3_2He$ порівняно з енергією зв'язку ядра ${}^3_1H$ можна пояснити тим, що у випадку ядра ${}^3_2He$ для одержання енергії зв'язку необхідно від рівної для обох ядер енергії ядерної взаємодії відняти енергію електростатичного відштовхування між двома протонами. Прирівняємо різницю енергій зв'язку цих ядер до енергії кулонівської взаємодії двох протонів і знайти відстань між ними:

$$\Delta W = 7{,}970 - 6{,}695 = 1{,}275 \cdot 10^6 \text{еВ}$$

$$\Delta W = 1{,}275 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}04 \cdot 10^{-13} \text{Дж}$$

$$\Delta W = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}, \quad r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \Delta W}$$

$$r = \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{12.56 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}04 \cdot 10^{13}} = 1{,}13 \cdot 10^{-15}\,м$$

Отже, для величини r одержано значення, сумірне з розмірами ядер.

Зарядова незалежність ядерних сил також підтверджується подібними розрахунками для інших пар дзеркальних ядр, таких як ${}^{11}_6C; {}^{11}_5B$ і ${}^{39}_{20}Ca; {}^{39}_{19}K$ та інші.

Задача 5.3. Оцініть радіус ядра ізотопа ${}^{235}U$.

Розв'язання

Вважаючи ядро атома урану сферичним, оціними його радіус з емпіричного співвідношення

$$R = r_0\sqrt[3]{A},$$

де $r_0 \approx 1{,}4 \cdot 10^{-15}$м – емпірична стала.

$$R = 1{,}4 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{235} = 8{,}6 \cdot 10^{-15}\text{м}.$$

Відповідь: $R = 8{,}6 \cdot 10^{-15}$м.

Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду. Ядерні реакції

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 421 – 472.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 819 – 854.
3. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – С. 710 – 748.

4. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. — С. 471 – 483.
5. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Закон радіоактивного розпаду. Активність препарату. Правила зміщення. Радіоактивні ряди. Період піврозпаду. Стала радіоактивного розпаду.
- Закони накопичення дочірніх ядер. Рівняння «вікової» рівноваги.
- Енергія ядерної реакції. Поріг реакції.
- Ефект Мессбауера (резонансне поглинання γ-променів.

Вміти:

- Застосовувати закони збереження до опису ядерних реакцій.
- Розраховувати енергію, яку втрачає нейтрон при пружному розсіюванні.
- ***Розв'язувати задачі*:** 8.56 – 8.84.

Питання для самоперевірки

1. Які факти служать доказом того, що радіоактивність пов'язана з ядерними процесами? Назвіть одиниці радіоактивності.
2. Виведіть формули радіоактивного розпаду.
3. Які характеристики α-, β- і γ-випромінювання? У чому полягають особливості β-разпаду?
4. Як змінюється інтенсивність променів при проходженні через речовину?
5. Поясніть механізм ланцюгової реакції, значення критичної маси.
6. Як обчислюється енергія при ядерних реакціях?
7. Наведіть приклади реакції синтезу.
8. У чому полягає утворення елекронно-позитронних пар і як виконуються при цьому закони збереження імпульсу і енергії?
9. Наведіть приклади реакції анігіляції і закони збереження імпульсу і енергії.
10. Які основні властивості і характеристики елементарних часток?

Тестові завдання

1. Яка з наведених формул дозволяє визначити активність радіоактивного препарату?

А	Б	В	Г
$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	$N = N_0 2^{\frac{t}{T}}$

2. Яка з наведених формул виражає закон радіоактивного розпаду?

А	Б	В	Г
$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	$N = N_0 2^{\frac{t}{T}}$

3. Яке з наведених рівнянь дозволяє визначити кількість ядер, які розпалися за час t?

А	Б	В	Г
$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	$\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$	$N = N_0 2^{\frac{t}{T}}$

4. Який порядковий номер у таблиці Менделєєва матиме хімічний елемент після одного α-розпаду і одного β-розпаду?

А	Б	В	Г

$Z+2$	$Z-2$	$Z+1$	$Z-1$

5. Вкажіть формулу для розрахунку енергетичного виходу Q ядерної реакції $A+a\to B+b$

А	$Q=931.5(m_A+m_B-m_a-m_b)$
Б	$Q=931.5(m_A-m_B-m_a-m_b)$
В	$Q=931.5(m_A+m_a-m_B-m_b)$
Г	$Q=931.5(m_A+m_B-m_a+m_b)$

6. За якої умови ядерна реакція типу $A+a\to B+b$ буде екзоенергетичною?

А	Б	В	Г
$m_A+m_B=m_a-m_b$	$m_A+m_a=m_B+m_b$	$m_A+m_a<m_B+m_b$	$m_A+m_a>m_B+m_b$

7. Яка частинка утворилася внаслідок реакції ${}^{14}_{7}N+{}^{4}_{2}He={}^{17}_{8}O+X$.?

А	Б	В	Г
${}^{1}_{0}n$	${}^{1}_{1}p$	${}^{0}_{-1}e$	${}^{0}_{1}e$

8. За якої умови ядерна реакція типу $A+a\to B+b$ буде ендоенергетичною?

А	Б	В	Г
$m_A+m_B=m_a-m_b$	$m_A+m_a=m_B+m_b$	$m_A+m_a<m_B+m_b$	$m_A+m_a>m_B+m_b$

9. Період піврозпаду дорівнює проміжку часу, за який …

А	кількість ядер радіоактивного препарату зменшується в e-разів
Б	кількість ядер радіоактивного препарату зменшується вдвічі
В	кількість ядер радіоактивного препарату збільшується вдвічі
Г	кількість ядер радіоактивного препарату збільшується в e-разів

10. Вкажіть одиниці вимірювання активності радіоактивного препарату в СІ.

А	Б	В	Г
Рентген	Кюрі	Беккерель	Грей

Приклади розв'язування задач

Задача 5.4. У скільки разів зменшиться активність препарату ${}^{227}_{89}Ac$ через 30 діб?

Розв'язання

Активність A препарату характеризує швидкість радіоактивного розпаду і визначається числом ядер, що розпадаються за одиницю часу.

$$A=-dN/dt,$$

dN - число ядер, які розпадаються за час dt.

Відповідно до основного закону радіоактивного розпаду

$$-dN/dt=\lambda N,$$

де λ – стала радіоактивного розпаду.

Оскільки

$$N=N_0e^{-\lambda t},$$

де N_0 - число ядер , які не розпалися на момент часу, взятий за початковий, то для активності матимемо:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

У початковий момент часу (при $t=0$) з останнього рівняння матимемо

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Отже закон зміни активності з часом має такий вигляд:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

Сталу радіоактивного розпаду виразимо через період піврозпаду $T_{1/2}$

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

Для ${}^{227}_{89}Ac$ період піврозпаду $T_{1/2} = 10$ діб. Тому:

$$\frac{A_0}{A} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t} = exp\left(\frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}}\right)t = \exp\left(\frac{0{,}693}{10}\right)30 = 8 \text{ разів}$$

Відповідь: $\frac{A_0}{A} = 8$ разів.

Задача 5.5. Лічильник α-частинок встановлений поблизу радіоактивного препарату, на початку спостережень реєстрував 132 частинки за хвилину, а через 4 доби – тільки 100 визначте період піврозпаду препарату.

Розв'язання

Кількість ядер ΔN_1, які розпадаються за деякий проміжок часу на початку спостережень пропорціональна початковій кількості ядер N_1 і визначається виразом:

$$-\Delta N_1/\Delta t = \lambda N_1, \quad (1)$$

де λ – стала радіоактивного розпаду. Кількість ядер ΔN_2, які розпадаються за такий же проміжок часу у кінці спостережень (через 4 доби)

$$-\Delta N_2/\Delta t = \lambda N_2. \quad (2)$$

Кількість ядер що залишились через 4 доби знайдемо з основного закону радіоактивного розпаду

$$N_2 = N_1 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2) з урахуванням (1) матимемо:

$$-\frac{\Delta N_2}{\Delta t} = \lambda N_1 e^{-\lambda t} = -\frac{\Delta N_1}{\Delta t} e^{-\lambda t}, \quad (4)$$

звідкіля одержуємо

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = e^{\lambda t}.$$

$$\lambda = \frac{ln\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2}}{t}$$

Враховуючи зв'язок між $T_{1/2}$ і λ матимемо кінцеву формулу

$$T_{1/2} = \frac{tln2}{ln\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2}}$$

Підставивши числові значення знайдемо

$$T_{1/2} = \frac{4\cdot 0693}{ln\frac{132}{100}} = 10 \text{ діб}$$

Відповідь: $T_{1/2} = 10$ діб.

Задача 5.6. Внаслідок співудару α-частинки з ядром атома бору ${}^{10}_{5}B$ відбулася ядерна реакція, в результаті якої утворилися два нові ядра. Одне з них – ядро атома водню ${}^{1}_{1}H$ Визначити порядковий номер та масове число другого ядра, навести символічний запис ядерної реакції та визначити її енергетичний ефект.

Розв'язання

Позначимо невідоме ядро символом ${}_{Z}^{M}\text{X}$. Оскільки α-частинка є ядром атома гелію ${}_{2}^{4}He$, запишемо реакцію у вигляді:

$${}_{2}^{4}He + {}_{5}^{10}B = {}_{1}^{1}H + {}_{Z}^{M}X\,.$$

Застосувавши закон збереження числа нуклонів, отримаємо рівняння 4+10=1+M, звідки M =13. Скориставшись законом збереження заряду, дістанемо рівняння 2 + 5 = 1 + Z, звідки Z = 6. Отже, невідоме ядро є ядром атома ізотопу вуглецю ${}_{6}^{13}\text{C}$

Енергетичний ефект ядерної реакції

$$W = c^2\left\{\left(m_1 + m_2\right) - \left(m_3 + m_4\right)\right\},$$

де m_1 і m_2 – маси спокою відповідного ядра мішені і бомбардувальної частинки; (m_3 + m_4) – сума мас спокою ядер атомів продуктів реакції.

Для нашого прикладу

$$W = c^2\left\{\left(m_{He} + m_B\right) - \left(m_H + m_C\right)\right\} = 931{,}5\left\{\left(m_{He} + m_B\right) - \left(m_H + m_C\right)\right\} \text{ (МеВ)}.$$

Під час обчислень за цією формулою маси ядер замінюють на маси електронейтральних атомів. Обґрунтуємо можливість такої заміни. Число електронів в електронній оболонці нейтрального атома дорівнює його зарядовому числу Z. Сума зарядових чисел вихідних ядер дорівнює сумі зарядових чисел ядер – продуктів реакції. Отже, електронні оболонки ядер атомів гелію та бору містять разом стільки електронів, скільки їх міститься в оболонках атомів вуглецю та водню.

Очевидно, що в разі віднімання суми мас нейтральних атомів вуглецю та водню від суми мас атомів гелію і бору маси електронів випадуть, оскільки різниця мас електронів вихідних і новоутворених елементів дорівнює нулю. Тому ми отримаємо такий самий результат, як і в разі використання мас ядер.

Підставивши маси атомів, наведені у відповідних таблицях, у розрахункову формулу, дістанемо

$$W = 931{,}5\left\{\left(4{,}00260 + 10{,}01294\right) - \left(1{,}00783 + 13{,}00335\right)\right\} = 4{,}061\,\text{МеВ}$$

Відповідь: Z=6; M= 13; $W = 4{,}061$ (МеВ).

Задача 5.7. До крові людини ввели невелику кількість розчину, який міств ${}^{24}Na$ з активністю $A_0 = 2{,}1 \cdot 10^3$Бк. Активність 1 см^3 крові, взятої через $t = 5$год після цього, становила $a = 0{,}28$ Бк/см^3. Знайдіть обєм крові людини, вважаючи, що радіоактивний ізотоп розподілений рівномірно, а період піврозпаду $T_{1/2}$ ізотопу ${}^{24}Na$ складає 15 год.

Розв'язання

За означення активність радіоактивного препарату визначається з виразу:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \qquad (1)$$

де N – кількість ядер у довільний момент часу, λ – стала радіактивного розпаду.

Кількість ядер N у довільний момент часу визначимо з закону радіоактивного розпаду.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (2)$$

де N_0 – початкова кількість ядер.

Початкову кількість ядер у препараті знайдемо з рівняння (1):

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda}. \tag{3}$$

Послідовна підстановка (3) в (2) і (1) дає вираз:

$$N = \frac{A_0}{\lambda} e^{-\lambda t},$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \tag{4}$$

Активність одиниці об'єму речовини

$$a = \frac{A}{V}. \tag{5}$$

Враховуючи (4), рівняння (5) набуде вигляду:

$$a = \frac{A_0}{V} e^{-\lambda t}. \tag{6}$$

Зв'язок між сталою радіоактивного розпаду і періодом піврозпаду:

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}. \tag{7}$$

З рівняння (6) враховуючи (7) одержуємо вираз для визначення об'єму

$$V = \frac{A_0}{a} \exp\left(-\frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot t\right). \tag{8}$$

Підставляючи дані з умови знаходимо об'єм.

$$V = \frac{2{,}1 \cdot 10^3}{0{,}28} \exp\left(-\frac{ln2}{15} \cdot 5\right) = 6{,}08\ (\text{см}^3) \approx 6 \text{ л}.$$

Відповідь: $V \approx 6$ л.

Задача 5.8. Визначте енергію реакції ${}_3^7Li(p,n){}_4^7Be$.

Розв'язання

Відповідно до формули

$$Q = c^2\left(\sum_{i=1}^{n} m_i - \sum_{j=1}^{k} m_j\right) = 931{,}5\frac{\text{МеВ}}{\text{а.о.м}}\left(m_p + M_{Li} - m_n - M_{Be}\right),$$

матимемо:

$$Q = 931{,}5\frac{\text{МеВ}}{\text{а.о.м}}(1{,}0077 + 7{,}0160 - 1{,}0087 - 10169) = -1{,}64\text{МеВ}.$$

Отже, $Q < 0$, тому реакція ендоенергетична. Така реакція може відбутися тільки за умови прискорення протона до деякої необхідної мінімальної енергії, яку визначимо з умови:

$$T_{\text{пор}} = |Q|\left(1 + \frac{m_p}{M_{Li}}\right).$$

У нашому випадку мінімальна енергія протона повинна дорівнювати

$$T_{\text{пор}} = |-1{,}64|\left(1 + \frac{1}{7}\right) = 1{,}88\ \text{МеВ}.$$

З цієї енергії на віддачу ядра перейде енергія

$$E = T_{\text{пор}} + Q = 1{,}88 - 1.64 = 0{,}24\ \text{МеВ},$$

Відповідь: $T_{\text{пор}} = 1{,}88$ МеВ.

Експериментальні методи ядерної фізики.
Фізичні основи ядерної енергетики.

Література:

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – С. 483 – 395.
2. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – С. 819 – 828.
3. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.

Знати:

- Методи спостереження і реєстрації заряджених частинок.
- Прискорювачі заряджених частинок.
- Будова та фізичні основи роботи прискорювачів.
- Реакція поділу важких ядер. Ядерний реактор. коефіцієнт розмноження. Енергія збудження складеного ядра.

Вміти:

- Визначати поглинуту дозу, експозиційну дозу, потужність експозиційної дози.
- ***Розв'язувати задачі*****:** 8.1 – 8.9

Питання для самоперевірки

1. Які існують методи реєстрації радіоактивних випромінювань?
2. Які принципи дії прискорювачів заряджених елементарних частинок?
3. Яку ядерну реакцію називають ланцюговою? Наведіть приклад ланцюгової реакції.
4. Які елементи називають трансурановими? Як їх одержують?
5. Що таке синтез ядер? За яких умов може відбуватися синтез ядер? Наведіть приклади реакцій синтезу?
6. За яких умов можливий керований термоядерний синтез?

Тестові завдання

1. У природному урані ланцюгова ядерна реакція неможлива тому, що:

А	за природних умов температура урану занадто мала
Б	нейтрони поглинаються переважно ядрами Урану-238 без подальшого поділу ядер
В	нейтрони переважно вилітають назовні, не спричиняючи поділу ядер урану
Г	під час поділу ядер атомів урану не утворюються вільні нейтрони

2. Які з названих пристроїв відносять до трекових лічильників?

А	Б	В	Г
пропорційні лічильники	товстошарові фотоемульсії	сцинтиляційні	черенковські

3. Вставте пропущене словосполучення утворивши правильне твердження. Величина, яка визначається відношенням числа зареєстрованих частинок до повного числа частинок, що пролітають через чутливий об'єм лічильника називається …(1) . Похибку, з якою детектор може реєструвати місцезнаходження частинки у просторі називають …(2) . Час ,

який розділяє дві частинки, що проходять одна за одною і реєструються окремо … (3). Час, за який детектор, зареєструвавши одну частинку, повертається до попереднього стану, щоб бути здатним реєструвати наступні частинки називають …(4) .

А	Б	В	Г
роздільний час	просторове розділення	час відновлення	ефективність

4. У якому з приладів для реєстрації ядерних випромінювань проходження швидкої зарядженої частинки викликає імпульс електричного струму в газі?

А	Б	В	Г
камера Вільсона	бульбашкова камера	лічильник Гейгера	черенковські лічильники

5. Які речовини з переліку, як правило використовують в ядерних реакторах в якості палива? 1) Уран. 2) Графіт. 3) Кадмій. 4) Важка вода. 5) Плутоній.

А	Б	В	Г
1, 2	2, 3	4, 5	1

6. Який із природних ізотопів урану може зазнати поділу під впливом теплових нейтронів ?

А	Б	В	Г
${}^{239}_{92}U$	${}^{238}_{92}U$	${}^{235}_{92}U$	${}^{234}_{92}U$

7. Яке значення повинен мати коефіцієнт розмноження нейтронів, для реалізації керованої ланцюгової реакції?

А	Б	В	Г
$k=0$	$k=1$	$k>1$	$k<1$

8. Які нейтрони відіграють основну роль у процесі здійснення керованої ланцюгової реакції?

А	Б	В	Г
запізнілі	швидкі	повільні	резонансні

9. Для поділу ядер природного ізотопу ${}^{238}_{92}U$ використовують…

А	Б	В	Г
теплові нейтрони	резонансні нейтрони	проміжні нейтрони	швидкі нейтрони

10. Яка з наведених формул виражає умову синхронізації змін напруги і періоду обертання частинки в циклотроні?

А	Б	В	Г
$\frac{qB}{2\pi m}$	$\frac{2\pi m}{qB}$	$\frac{m\upsilon}{qB}$	$\frac{qB}{m\upsilon}$

Приклади розв’язування задач

Задача 5.9. Вивести формулу, що зв'язує магнітну індукцію $\vec{B}$ поля циклотрона і частоту ν прикладеної до дуантів різниці потенціалів. Знайти частоту прикладеної до дуантів різниці потенціалів для Дейтонів, протонів і α-частинок, якщо індукція магнітного поля B = 1,26 Тл.

Розв’язування

На заряджену частинку в циклотроні діє сила Лоренца

$$F = qvB\,sin\,\alpha,$$

де q - заряд частинки, υ – її швидкість, B - індукція магнітного поля, α – кут між векторами $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$. Так як $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $sin\alpha = 1$, тому:

$$F = qvB. \qquad (1)$$

Вона є доцентровою силою і надає частинці доцентровий прискорення $a = \frac{\upsilon^2}{R}$

За другим законом Ньютона

$$F = ma = m\frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (2)$$

Прирівняємо праві частини рівнянь (1) і (2)

$$qvB = m\frac{\upsilon^2}{R},$$

звідки радіус кола циклотрона

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}. \qquad (3)$$

Період обертання частинки у циклотроні

$$T = \frac{L}{\upsilon}, \qquad (4)$$

де $L = 2\pi R = \frac{2\pi m\upsilon}{qB}$- довжина кола циклотрона.

Отже період обертання частинки у циклотроні

$$T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Тоді частота

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}.$$

Для того щоб частинка неперервно прискорювалася, необхідно, щоб вона потрапляла в прискорюючий проміжок між дуантами в той момент, коли електричне поле змінить свою полярність, тобто частота зміни полярності прискорюючого електричного поля повинна збігатися із частотою циклотрона: $\nu_U = \nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$ – умова синхронізації.

Підставляючи числові дані, одержимо $\nu_D = 9{,}7$ МГц, $\nu_\text{р} = 19{,}4$ МГц, $\nu_\alpha = 9{,}7$ МГц

Відповідь: $\nu = \frac{qB}{2\pi m}$ $\nu_D = 9{,}7$ МГц, $\nu_\text{р} = 19{,}4$ МГц, $\nu_\alpha = 9{,}7$ МГц.

Задача 5.10. Вивести формулу, що зв'язує енергію W частинок, які вилітають з циклотрона і максимальний радіус кривизни R їх траєкторії.

Розв’язання

Радіус кола циклотрона і частота зміни полярності прискорюючого електричного поля (див. задачу 1) дорівнюють:

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}, \text{ і } \nu = \frac{qB}{2\pi m}.$$

З останнього рівняння $2\pi m\nu = qB$, тоді для величини швидкості вилітають з циклотрона частинок маємо:

$$\upsilon = 2\pi\nu R$$

Відповідно кінетична енергія визначатиметься із формули:

$$W = \frac{m\upsilon^2}{2} = 2\pi^2 m\nu^2 R^2$$

Відповідь: $W = 2\pi^2 m\nu^2 R^2$

Задача 5.11. Повітря, за нормальних умов, опромінюють рентгенівськими променями. Доза випромінювання дорівнює 1Р. Знайдіть число пар іонів, які утворюються в 1 см^3 повітря.

Розв'язання

Іони, які утворюються в повітрі масою m рентгенівським випромінюванням з експозиційною дозою D_e, переносять заряд

$$q = D_e m.$$

За нормальних умов повітря можна вважати ідеальним газом. Тому:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

звідкіля

$$m = \frac{pV\mu}{RT}.$$

Перенесений заряд дорівнюватиме:

$$q = D_e \frac{pV\mu}{RT}.$$

Число пар утворених іонів:

$$N = \frac{q}{e} = D_e \frac{pV\mu}{eRT}.$$

Враховуючи дані умови задачі отримаємо:

$$N = 2{,}58 \cdot 10^{-4} \frac{10^5 \cdot 10^{-6} \cdot 29 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8{,}314 \cdot 273} = 2{,}1 \cdot 10^9.$$

Відповідь: $N = 2{,}1 \cdot 10^9$.

ЗАВДАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Самостійна робота передбачає виконання двох завдань:

- ✓ індивідуальне домашнє завдання (ІДЗ) передбачає розв'язування 20 задач домашньої роботи;
- ✓ індивідуальне науково дослідне завдання (ІНДЗ) передбачає написання навчально-дослідницької роботи вибраної теми.

Тематика обох завдань повністю охоплює програму змістового модуля.

Завдання виконуються окремо кожним студентом. За належне виконання кожного індивідуального завдання студенту присвоюють 10 балів.

Індивідуальне домашнє завдання виконується і оформляється в учнівському зошиті та здається на перевірку викладачеві на останньому практичному занятті**.**

Друге завдання передбачає захист навчально-дослідницької роботи у присутності групи і викладача (викладачів, які проводили лекційні, лабораторні і практичні заняття). Навчально-дослідницька робота у друкованому вигляді здається викладачеві за **сім днів** до запланованого дня захисту.

Повний об'єм роботи не повинен перевищувати 20 сторінок друкованого тексту. Конструктивно робота повинна включати: зміст (план), вступ, основну частину (складається із 2 – 4 розділів), результати і висновки та список використаних джерел. Робота оформляється відповідно до вимог (див. вимоги до оформлення роботи).

Захист навчально-дослідницької роботи повинен супроводжуватися демонстрацією підготовлених студентом унаочнень: плакатів, слайдів, транспарантів, презентацій, демонстрацій тощо.

Вимоги до оформлення ІНДЗ

Робота виконується українською мовою. Шрифт *Times New Roman*, розмір шрифту *14*, міжрядковий інтервал *1,5*, всі береги по *2 см*, відступ першого рядка *1,25 см*.

Кожний новий розділ роботи починається з нової сторінки. Назви розділів друкуються прописними літерами і вирівнюються *по-центру*.

У вступі обов'язково необхідно відобразити *актуальність* розглянутої теми чітко сформулювати *мету* роботи, *об'єкт*, *предмет* і *методи дослідження*, наукову *новизну* (по можливості).

Основна частина може включати огляд літератури з даної проблематики, будову та принцип дії установок, постановку задач та їх розв'язання, результати експериментальних досліджень та їх обговорення, і таке інше.

У заключній частині роботи необхідно вказати на *основні результати*, яких було досягнуто при виконанні роботи і сформулювати *висновки*.

Список використаної літератури оформляється відповідно до *вимог оформлення літератури*.

Унаочнення, які планується використовувати при захисті роботи, розробляються самостійно студентом у рукописному вигляді (чорновик), а виготовляються *після консультації* і обговорення з викладачем. Наочні посібники *рекомендується* виготовляти у вигляді різного роду комп'ютерних демонстрацій.

ІНДИВІДУАЛЬНІ ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

Варіант	Перелік завдань із збірника: Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; за заг.ред. І.П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – К.: Техніка, 2004. – 560с.
1.	6.1, 6.22, 6.36, 6.44, 6.55, 6.77, 6.97, 6.118, 6.145, 6.167, 6.173, 7.33, 7.60, 7.82, 7.104, 7.126, 8.1, 8.23, 8.44, 8.65
2.	6.2, 6.23, 6.37, 6.45, 6.56, 6.78, 6.98, 6.119, 6.144, 6.166, 6.172, 7.34, 7.59, 7.81, 7.103, 7.125, 8.2, 8.43, 8.45, 8.66
3.	6.3, 6.24, 6.38, 6.46, 6.57, 6.79, 6.99, 6.120, 6.143, 6.165, 6.171, 7.35, 7.58, 7.80, 7.102, 7.124, 8.3, 8.24, 8.46, 8.67
4.	6.4, 6.25, 6.39, 6.47, 6.58, 6.80, 6.100, 6.121, 6.142, 6.164, 6.170, 7.36, 7.57, 7.79, 7.101, 7.123, 8.4, 8.25, 8.47, 8.68
5.	6.5, 6.26, 6.40, 6.48, 6.59, 6.81, 6.101, 6.122, 6.141, 6.163, 6.168, 7.37, 7.56, 7.78, 7.100, 7.122, 8.5, 8.26, 8.48, 8.69
6.	6.6, 6.27, 6.41, 6.49, 6.60, 6.82, 6.102, 6.120, 6.140, 6.162, 6.169, 7.38, 7.55, 7.77, 7.99, 7.121, 8.6, 8.26, 8.49, 8.70,
7.	6.7, 6.28, 6.42, 6.50, 6.61, 6.83, 6.103, 6.118, 6.139, 6.161, 7.1, 7.17, 7.54, 7.76, 7.98, 7.120, 8.7, 8.27, 8.50, 8.71, 8.93
8.	6.8, 6.29, 6.43, 6.51, 6.62, 6.84, 6.104, 6.119, 6.138, 6.160, 7.2, 7.18, 7.53, 7.75, 7.97, 7.119, 8.8, 8.28, 8.51, 8.72,
9.	6.9, 6.30, 6.36, 6.44, 6.63, 6.85, 6.105, 6.120, 6.137, 6.159, 7.3, 7.19, 7.52, 7.74, 7.96, 7.118, 8.9, 8.29, 8.52, 8.73
10.	6.10, 6.31, 6.37, 6.45, 6.64, 6.86, 6.106, 6.121, 6.136, 6.158, 7.4, 7.20, 7.51, 7.73, 7.95, 7.117, 8.10, 8.30, 8.53, 8.74
11.	6.11, 6.32, 6.38, 6.46, 6.65, 6.87, 6.107, 6.122, 6.135, 6.157, 7.5, 7.21, 7.50, 7.72, 7.94, 7.116, 8.11, 8.31, 8.54, 8.75,
12.	6.12, 6.33, 6.40, 6.47, 6.66, 6.88, 6.108, 6.121, 6.134, 6.156, 7.6, 7.22, 7.49, 7.71, 7.93, 7.115, 8.12, 8.32, 8.55, 8.76
13.	6.13, 6.34, 6.41, 6.48, 6.67, 6.89, 6.109, 6.118, 6.133, 6.155, 7.7, 7.23, 7.48, 7.70, 7.92, 7.114, 8.13, 8.33, 8.56, 8.77,
14.	6.14, 6.35, 6.42, 6.49 6.68, 6.90, 6.110, 6.119, 6.132, 6.154, 7.8, 7.24, 7.47, 7.69, 7.91, 7.113, 8.14, 8.34, 8.56, 8.78,
15.	6.15, 6.22, 6.43, 6.50, 6.69, 6.91, 6.111, 6.120, 6.131, 6.153, 7.9, 7.25, 7.46, 7.68, 7.90, 7.112, 8. 8.15, 8.35, 8.57, 8.79,
16.	6.16, 6.23, 6.39, 6.51, 6.70, 6.92, 6.112, 6.121, 6.130, 6.152, 7.10, 7.26, 7.45, 7.67, 7.89, 7.111, 8.16, 8.36, 8.58, 8.80,
17.	6.17, 6.24, 6.36, 6.44, 6.71, 6.93, 6.113, 6.118, 6.129, 6.151, 7.11, 7.27, 7.44, 7.66, 7.88, 7.110, 8. 17, 8.37, 8.59, 8.81
18.	6.18, 6.25, 6.37, 6.45, 6.72, 6.94, 6.114, 6.122, 6.128, 6.150, 7.12, 7.28, 7.43, 7.65, 7.87, 7.109, 8. 18, 8.38, 8.60, 8.82
19.	6.19, 6.26, 6.38, 6.46, 6.73, 6.95, 6.115, 6.119, 6.127, 6.149, 7.13, 7.29, 7.42, 7.64, 7.86, 7.108, 8. 19, 8.39, 8.61, 8.83
20.	6.20, 6.27, 6.39, 6.47, 6.74, 6.96, 6.116 , 6.118, 6.126, 6.148, 7.14, 7.30, 7.41, 7.63, 7.85, 7.107, 8. 20, 8.40, 8.62, 8.84
21.	6.21, 6.28, 6.40 6.48, 6.75, 6.68, 6.117, 6.122, 6.125, 6.147, 7.15, 7.31, 7.40, 7.62, 7.784, 7.106, 8. 21, 8.41, 8.63, 8.85
22.	6.22, 6.29, 6.41, 6.49, 6.76, 6.83, 6.118, 6.121, 6.124, 6.146, 7.16, 7.32, 7.39, 7.61, 7.83, 7.105, 8.22, 8.42, 8.64, 8.86

ТЕМИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ НАУКОВО-ДОСЛІДНИХ ЗАВДАНЬ[1]
ДО ЗМІСТОВОГО МОДУЛЯ 5 З ФІЗИКИ[2]

1. Симетрія і закони збереження квантової фізики
2. Проблеми класифікації елементарних частинок на сучасному етапі пізнання
3. Основні положення теорії сильної взаємодії
4. Слабка та електромагнітна взаємодія
5. Експериментальні підтвердження хвильової природи частинок.
6. Тонка структура атомних спектрів
7. Магнітні властивості атомів.
8. Вплив зовнішнього магнітного поля на атомний спектр.
9. Вплив зовнішнього електричного поля на атомні спектри
10. Розсіяння заряджених частинок речовиною і досліди Резерфорда
11. Основи теорії Бора як проміжного етапу в розвитку уявлень про атом
12. Молекулярний і міжмолекулярний зв'язок
13. Обертальні і коливальні спектри молекул
14. Оптичні квантові генератори. Принцип дії, будова, типи.
15. Методи реєстрації заряджених частинок
16. Прискорювачі заряджених частинок
17. Ефект Мессбауера

---

[1] Не допускається збігів тем індивідуальних завдань. Одним із можливих способів визначення теми індивідуального завдання може бути спосіб „порядкового номера у списку академічної групи“. Номер студента у списку групи, відповідає номеру завдання у списку індивідуальних завдань.
[2] Студент може запропонувати власну тему навчально-дослідницької роботи і після обговорення з викладачем її виконувати.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ

ПОРЯДОК НАКОПИЧЕННЯ БАЛІВ

Порядок накопичення балів представлено у таблиці.

Поточний, модульний контроль та самостійна робота						ІНДЗ	Екзамен	Сума
Змістовий модуль «Атомна і ядерна фізика»								
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	МКР			
8	8	4	4	6	10	20	40	100

Формула для обчислення підсумкового балу

$$ПБ_А=Б_{Т1}+Б_{Т2}+Б_{Т3}+Б_{Т4}+Б_{Т5}+Б_{МКР}+Б_{ІНДЗ}+Б_Е.$$

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ТЕМ ЗМІСТОВОГО МОДУЛЯ

Бал за тему змістового модуля може складатися із суми балів одержаних на лекційних і практичних заняттях за «усні» відповіді $Б_У$ та виконані тестові завдання $Б_{ТЕ}$, тобто:

$$Б_{Ті}=Б_У+Б_{ТЕ},$$

де i=1,2,3,4,5, $Б_{Ті}$ – округлене до цілого з надлишком значення балу оцінки за тему.

Критерії оцінювання «усної» відповіді

Бал оцінки за усну відповідь розраховуємо за формулою:

$$Б_У=\frac{\sum n_i}{\sum N_{max}}\cdot K_{max},$$

де $\sum n_i$ – сума балів набраних студентом протягом вивчення i-тої теми, K_{max} – максимальний бал, виділених на «усні» відповіді в темі, $\sum N_{max}$ – максимально можлива кількість балів.

Оцінювання «усних» відповідей студентів проводиться за чотирибальною шкалою: “2”, “3”, “4”, “5” відповідно до таких критеріїв.

Бали	*Теоретичне питання*	*Практичне завдання*
2	Виявив недостатнє знання чи розуміння найважливішої частини програмного матеріалу, тобто: • або не довів жодну із запропонованих теорем, крім того, у наведених формулюваннях частини теорем та означень понять допустив помилки; • або навів лише фрагменти доведень теорем, які не розкривають суті методів цих доведень, пропустив важливі логічні кроки та обґрунтування	Зробив спробу розв’язати задачу: виконав одну або декілька операцій (логічних чи арифметичних), з яких безпосередньо не випливає план розв’язування задачі, може бути правильно виконаний малюнок до задачі
3	Виявив поверхневі знання теоретичного матеріалу, тобто: • або не довів жодну із запропонованих теорем, але правильно відтворив усі необхідні формулювання озна-	Представив розв’язання: •або без обґрунтувань; •або з помилкою, яка спотворює математич-

	чень, понять і теорем, проілюструвавши їх потрібними малюнками чи графіками; • або зробив спроби довести теореми, тобто вказав ідеї доведень, але в міркуваннях допустив помилки чи представив лише перші кроки цих доведень. Можливі недоліки у формулюваннях означень понять і теорем, у малюнках; • або навів доведення лише однієї з кількох запропонованих теорем із недоліками в обґрунтуванні, решта доведень відсутня чи в них допущені грубі помилки, крім того у відтворених формулюваннях означень понять і теорем (можливо не всіх) припустився помилок	ний зміст задачі; •або неповне
4	Сформулював необхідні означення математичних понять і теорем, довів усі запропоновані теореми, але: • або допустив один-два недоліки, які не спотворюють математичний зміст відповіді, які самостійно були виправленні після зауваження викладача; • або не виділив зв'язки між елементами відтвореного матеріалу чи невдало проілюстрував його власними прикладами	Представив правильне за структурою розв'язання, але таке, що: • або за умови правильного результату має недоліки в обґрунтуванні; • або достатньо обґрунтоване, але містить помилки в обчисленнях, перетвореннях, які призвели до неправильної відповіді. Уміє аналізувати правильність одержаних результатів з незначною зовнішньою допомогою
5	Показав вільне володіння теоретичним матеріалом, а саме: • сформулював означення математичних понять, показав зв'язки між ними; • виклав доведення всіх запропонованих теорем грамотно, логічно, послідовно, з використанням необхідної термінології і символіки; • правильно виконав малюнки, побудував графіки, що супроводжують відповідь; • виявив уміння ілюструвати математичні поняття й факти власними конкретними прикладами; • відповів самостійно, без навідних запитань викладача	Представив правильне, повне, достатньо обґрунтоване розв'язання. Володіє прийомами самоконтролю

Критерії оцінювання тестових завдань

Кожна правильна відповідь оцінюється 1 тестовим балом. Перехід від тестових балів до балів оцінки здійснюється за такою формулою:

$$Б_{ТЕ} = \frac{N_{пр}}{N} Б_{max},$$

де $N_{пр}$ – кількість правильних відповідей, N – загальна кількість питань, $Б_{max}$ – максимальна кількість балів за тест.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота містить п'ять практичних завдань одного рівня складності.

Підсумковий бал $Б_{КР}$ за контрольну роботу є сумою балів, отриманих за кожне завдання, округленою до цілого числа:

$$Б_{КР}=Б_{З1}+Б_{З2}+Б_{З3}+Б_{З4}+Б_{З5}.$$

Розв'язання кожного завдання контрольної роботи оцінюється так:

- ✓ ***$0,2\cdot n_{max}$*** – бал за повне і правильне розв'язання;
- ✓ ***$0,15\cdot n_{max}$*** – бал за правильне розв'язання і правильний хід міркувань за наявності недоліків;
- ✓ ***$0,1\cdot n_{max}$*** – бал, якщо знайдена ідея розв'язання, але розв'язання не завершено (виконано тільки частину завдання);
- ✓ ***$0,05\cdot n_{max}$*** – бал, якщо міркування містять окремі елементи правильного розв'язання;
- ✓ **0** – бал, якщо розв'язання відсутнє або наведені записи не містять навіть окремих елементів правильного розв'язання,

де ***n_{max}*** – максимальна кількість балів, виділених на контрольну роботу.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Критерії оцінювання індивідуального домашнього завдання (ІДЗ)

Оцінюється індивідуальне завдання за формулою

$$\sum\nolimits_I=\left[20\cdot\frac{K_в}{K}\right],$$

де $[a]$ – ціла частина числа a, $K_в$ – кількість правильно виконаних завдань, K – загальна кількість завдань в індивідуальному завданні.

Критерії оцінювання індивідуального навчально-дослідного завдання (ІНДЗ)

1. Вміння чітко розкрити актуальність, формулювати мету та завдання дослідження, визначати об'єкт і предмет дослідження. – **2** бали.
2. Повнота та глибина розкриття обраної теми (вміння підібрати матеріал для доповіді). – **3** бали
3. Вміння виготовляти та використовувати наочні посібники. – **3** бали
4. Якість оформлення роботи (вміння оформити роботу згідно вимог, охайно і грамотно). – **2** бали

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЕКЗАМЕНУ

Під час екзамену студент може отримати від 1 до 40 балів.

Двадцять балів за змістовні відповіді **на два** теоретичні питання і **двадцять** балів за правильно виконане **практичне завдання**. Тобто, оцінка за екзамен знаходиться з виразу

$$Б_Е = ТП_1 + ТП_2 + ПЗ.$$

Критерії оцінювання знань студентів при проведенні екзамену наведено в таблиці.

Бали	*Критерії оцінювання теоретичних питань білетів*	*Бали*	*Критерії оцінювання практичних завдань білетів*
10	Студент показав вільне володіння теоретичним матеріалом, а саме: • сформулював означення фізичних понять, показав зв'язки між ними; • виклав доведення всіх понять, передбачених питанням білета, грамотно, логічно, послідовно, з використанням необхідної термінології і символіки; • правильно виконав малюнки, побудував графіки, що супроводжують відповідь; • виявив уміння ілюструвати фізичні поняття й факти власними конкретними прикладами; • відповів самостійно, без навідних запитань екзаменатора	**20**	Студент представив безпомилкове, повне, достатньо обґрунтоване, раціональне розв'язання. Володіє прийомами самоконтролю
9	Студент сформулював необхідні означення фізичних понять і основних закономірностей, записав формули, передбачені питанням екзаменаційного білета, але: • або допустив один-два недоліки, що не спотворюють фізичний зміст відповіді, які самостійно були виправлені; • або виклав теоретичні факти та положення з деякими порушеннями логіки та послідовності міркувань	**18**	Студент представив безпомилкове розв'язання, але таке, що: • за умови правильного результату має окремі незначні недоліки в обґрунтуванні
8	Студент сформулював необхідні означення фізичних понять і основних закономірностей, передбачених питанням екзаменаційного білета, але: • або допустив один-два недоліки, які не спотворюють фізичний зміст відповіді, які самостійно були виправленні після зауваження екзаменатора; • або не виділив зв'язки між елементами відтвореного матеріалу чи невдало проілюстрував його власними прикладами	**15**	Студент представив правильне за структурою, але недостатньо обґрунтоване розв'язання, яке містить: • або окремі недоліки, які не впливають на результат; • або не всі можливі частинні випадки. Уміє аналізувати правильність одержаних результатів з незначною зовнішньою допомогою
7	Студент виявив поверхові знання теоретичного матеріалу, тобто: • не відтворює значної частини програмного матеріалу, але виявив елементарні знання основних законів, понять, формул; • не повністю опанував зміст навчального курсу	**14**	Студент представив розв'язання з обґрунтуванням лише окремих кроків і таке, що містить: • або істотні недоліки і помилки за наявності ідеї чи методу розв'язування; • або окремі частинні випадки
6	Студент виявив поверхові знання теоретичного матеріалу, тобто:	**12**	Студент представив розв'язання без обґрунтувань:

	• навів лише одне з кількох понять, передбачених у білеті, з недоліками в обґрунтуванні, решта понять відсутня чи в них допущені грубі помилки, крім того, у відтворенні формулювань і запису законів припустився помилок		• або з помилкою, яка спотворює фізичний зміст задачі; • або неповне
4	Студент виявив недостатнє знання чи розуміння найважливішої частини програмного матеріалу, тобто: • або не довів жодних понять, передбачених білетом, крім того, в наведених формулюваннях і запису законів допустив помилки: • або навів лише фрагменти доведень понять, які не розкривають суті методів цих доведень, пропустив важливі логічні кроки та обгрунтування	**7**	Студент зробив спробу розв'язати задачу: виконав одну або декілька операцій, з яких безпосередньо не випливає план розв’язування задачі. Може бути правильно виконаний малюнок до задачі.
1	Відповідь відсутня або не містить навіть окремих елементів правильних міркувань, що стосуються даного питання	**2**	Розв’язання відсутнє або наведені записи (міркування) не містять навіть окремих елементів правильних підходів до розв'язування завдання

Рекомендовані джерела інформації

Література

1. Андріяшик М. В. Курс фізики : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король. – Київ : Фламенко, 2008. – 530 с.
2. Атомна та ядерна фізика у прикладах і запитаннях : навч. посіб. / В. І. Висоцький, С. А. Дяченко, Г. Ю. Карлаш та ін. ; за ред. В. І. Висоцького, В. С. Овечка. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. – 511 с.
3. Атомна фізика : підручник / М. У. Білий, Б. А. Охріменко. – Київ : Знання, 2009. – 559 с.
4. Булавін Л. А. Ядерна фізика : підручник / Л. А. Булавін, В. К. Тартаковський. – Київ : Знання, 2005. – 432 с.
5. Бушок Г. Ф. Курс фізики : навч. посіб. В 2 кн. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм / Г. Ф. Бушок, В. В. Левандовський, Г. Ф. Півень. – Київ : Либідь, 1997. – 448 с.
6. Бушок Г. Ф. Курс фізики : навч. посіб. В 2 кн. Кн. 2. Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка / Г. Ф. Бушок, Є. Ф. Венгер. – Київ : Либідь, 2001. – 424 с.
7. Воловик П. М. Фізика для університетів / П. М. Воловик. – Київ : Перун, 2005. – 864 с.
8. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики, М: Наука, –1996. – 381 с.: ил.
9. Гофман Ю. В. Законы. Формулы. Задачи физики : справочник / Ю. В. Гофман. – Київ : Наукова думка, 1977. – 574 с.
10. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навч. посіб. / [Барановський В.М., Бережний П.В., Горбачук І.Т. та ін.] ; за заг. ред. І. Т. Горбачука. – Київ : Вища школа,1992. – 509 с.
11. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін. ; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – Київ : Техніка, 2004. – 560 с.
12. Кармазін В. В. Курс загальної фізики : навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / В. В. Кармазін, В. В. Семенець. – Київ : Кондор, 2009. – 208 с.
13. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – 536 с.
14. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 2. Електрика і магнетизм / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – 452 с.
15. Кучерук І. М. Загальний курс фізики : навч. посіб. В 3 т. Т. 3. Оптика. Квантова фізика / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук ; за ред. І. М. Кучерука. – Київ : Техніка, 2006. – 520 с.
16. Лега Ю. Г. Розв'язування задач з елементарної фізики : навч. посіб. / Ю. Г. Лега, А. І.Садовий. – Київ : Кондор, 2004. – 544 с.
17. Находкін М. Г. Атомна фізика / М. Г. Находкін. – Київ : КНУ, 1999. – 553 с.
18. Садовий А. І. Основи фізики з задачами і прикладами їх розв'язування : навч. посіб. / А. І. Садовий, Ю. Г. Лега. – Київ : Кондор, 2003. – 384 с.

19. Тартаковський В. К. Субатомна фізика : навч. посіб. для студ. фіз. та інженерно-техніч. спец. вищих навч. закладів / В. К. Тартаковський ; Київ. нац. ун-т імені Тараса Шевченка. – Київ : Вид.-поліграф. центр "Київський ун-т", 2006. – 278 с.
20. Чолпан П. П. Фізика : підручник / П. П. Чолпан. – Київ : Вища школа, 2015. – 567 с.

Електронні ресурси

1. www.mon.gov.ua
2. www.pnpu.edu.ua
3. www.nbuv.gov.ua
4. www.uipv.org

ДОДАТКИ

ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Нормальне прискорення вільного падіння	$g = 9{,}81\ \text{м/с}^2$
Гравітаційна стала	$G = 6{,}67259 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})$
Універсальна газова стала	$R = 8{,}314510\ \text{Дж/К} \cdot \text{моль})$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов (T=273,15 К, p=101325 Па)	$V_0 = \dfrac{RT}{p} = 22{,}414102 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3/\text{моль}$
Число Авогадро	$N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23} \text{моль}^{-1}$
Число Лошмідта	$n_0 = \dfrac{N_A}{V_0} = 2{,}686763 \cdot 10^{25} \text{м}^{-3}$
Стала Больцмана	$k = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}380658 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}$
Число Фарадея	$F = N_A \cdot e = 96485{,}309\ \text{Кл/моль}$
Швидкість світла в вакуумі	$\text{c} = 299792458\ \text{м/с}$
Магнітна стала (абсолютна магнітна проникність)	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 12{,}566370 \cdot 10^{-7}\ \text{Н/А}^2$
Електрична стала (абсолютна діелектрична проникність)	$\varepsilon_0 = (\mu_0 \text{c}^2)^{-1} = 8{,}854188 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}$
Атомна одиниця маси	$1\ \text{а.о.м.} = 1{,}660540 \cdot 10^{-27} \text{кг}$
Елементарний заряд	$\text{e} = 1{,}602177 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$
Маса спокою електрона	$m_e = 9{,}109389 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}$
в атомних одиницях маси	$m_e = 5{,}485799 \cdot 10^{-4}\ \text{а.о.м.}$
Енергія спокою електрона	$m_e \text{c}^2 = 0{,}510999\ \text{МеВ}$
Питомий заряд електрона	$-e/m_e = -1{,}758819 \cdot 10^{-11}\ \text{Кл/кг}$
Класичний радіус електрона	$r_e = 2{,}817941 \cdot 10^{-15}\ \text{м}$
Маса спокою протона	$m_p = 1{,}672623 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}$
в атомних одиницях маси	$m_p = 1{,}007726\ \text{а.о.м.}$
Енергія спокою протона	$m_p \text{c}^2 = 938{,}27231\ \text{МеВ}$
Питомий заряд протона	$e/m_p = 9{,}578831 \cdot 10^7\ \text{Кл/кг}$
Відношення маси протона до маси електрона	$m_p/m_e = 1836{,}152701$
Маса спокою нейтрона	$m_n = 1{,}674929 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}$
в атомних одиницях маси	$m_n = 1{,}008665\ \text{а.о.м.}$
Енергія спокою нейтрона	$m_n \text{c}^2 = 939{,}56563\ \text{МеВ}$
Відношення маси нейтрона до маси електрона	$m_n/m_e = 1838{,}683662$
Відношення маси нейтрона до маси протона	$m_n/m_p = 1{,}001378$
Стала Планка	$h = 6{,}626075 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67051 \cdot 10^{-8} \text{Вт}/(m^2 \cdot K^4)$
Стала в законі зміщення Віна	$b = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}\ \text{м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	$R_\infty = 10973731{,}534\ \text{м}^{-1}$
Комптонівська довжина хвилі:	
електрона	$\lambda_e = h/m_e c = 2{,}426310 \cdot 10^{-12} \text{м}$
протона	$\lambda_p = h/m_p c = 1{,}321410 \cdot 10^{-15} \text{м}$
нейтрона	$\lambda_n = h/m_n c = 1{,}319591 \cdot 10^{-15} \text{м}$

Радіус першої борівської орбіти	$r_1 = 0{,}529177 \cdot 10^{-10}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = e\hbar/2m_e = 9{,}274015 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Ядерний магнетон	$\mu_N = e\hbar/2m_p = 5{,}050787 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл
Магнітний момент електрона	$\mu_e = 928{,}47701 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл
в магнетонах Бора	$\mu_e/\mu_B = 1{,}001159652$
в ядерних магнетонах	$\mu_e/\mu_N = 1838{,}282000$
Магнітний момент протона	$\mu_p = 1{,}410607 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл
в магнетонах Бора	$\mu_p/\mu_B = 1{,}521032 \cdot 10^{-3}$
в ядерних магнетонах	$\mu_p/\mu_N = 2{,}792847$
Магнітний момент нейтрона	$\mu_n = 0{,}996237 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл
в магнетонах Бора	$\mu_n/\mu_B = 1{,}041875 \cdot 10^{-3}$

ДЕЯКІ АСТРОНОМІЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Найменування	Значення
Радіус Сонця	$695{,}6 \cdot 10^3$м
Маса Сонця	$1{,}984 \cdot 10^{30}$ кг
Середня густина Сонця	$1{,}41 \cdot 10^3$ кг/ м^3
Радіус Землі	$6{,}378 \cdot 10^6$м
Маса Землі	$5{,}876 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Місяця	$1{,}738 \cdot 10^6$ м кг
Маса Місяця	$7{,}36 \cdot 10^{22}$ кг
Відстань від центра Землі до центра Сонця	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Відстань від центра Землі до центра Місяця	$3{,}84 \cdot 10^8$ м

РОБОТА ВИХОДУ ЕЛЕКТРОНІВ З МЕТАЛІВ

Метал	А, еВ	Метал	А, еВ	Метал	А, еВ
Алюміній	3,74	Калій	2,15	Нікель	4,84
Барій	2,29	Кобальт	4,25	Платина	5,29
Вісмут	4,62	Літій	2,39	Сріло	4,28
Вольфрам	4,50	Мідь	4,47	Титан	3,92
Залізо	4,36	Молібден	4,27	Цезій	1,89
Золото	4,58	Натрій	2,27	Цинк	3,74

ПРУЖНІ ТА ТЕПЛОВІ ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

Речовина	Густина 10^3кг/м^3,	Температура плавлення, ℃	Питома теплоємність, Дж/кг К	Питома теплота плавлення, кДж/кг	Коефіцієнт лінійного розширення, 10^{-5} К$^{-1}$
Алюміній	2,70	660	896	322	2,3 (0-100℃)
Ванадій	6,02	1730			7,8 (20℃)
Вісмут	9,8	271,3			4,3 (0℃)
Залізо	7,88	1535	500	272	2,3
Літій	0,53	1652			5,6 (20℃)
Латунь	8,4	900	386		1,9 (20℃)
Лід	0,9	0	2100	335	50,7 (-10 – 0℃)
Мідь	8,6	1100	395	176	1,661 (20℃)
Олово	7,2	232	230	59	2,62 (0-100℃)
Платина	21,4	1770	117	113	0,90 (0-100℃)
Свинець	11,3	327	126	23	2,83 (0℃)
Срібло	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460		1,3 (20-100℃)
Цинк	7,1	420	391	117	2,9 (0℃)

ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

Речовина	Межа міцності, МПа	Модуль Юнга, ГПа	Коефіцієнт теплопровідності, Вт/м К
Алюміній	110	69	210
Залізо	294	195	58
Мідь	245	118	390
Свинець	20	16	
Срібло	290	74	460
Сталь	785	216	

РАДІОАКТИВНІ РЯДИ (СІМ'Ї)

Ряд	Вихідне ядро	Кінцеве стабільне ядро
Уран - Радій	$^{238}_{92}U$	$^{206}_{82}Pb$
Уран - Актиній	$^{235}_{92}U$	$^{207}_{82}Pb$
Торій	$^{232}_{90}Th$	$^{208}_{82}Pb$
Нептуній	$^{237}_{93}Np$	$^{209}_{83}Bi$

ПРИРОДНІ РАДІОАКТИВНІ ІЗОТОПИ, ЯКІ НЕ ВХОДЯТЬ В РАДІОАКТИВНІ СІМ'Ї

Радіоактивний ізотоп	Тип розпаду	Період піврозпаду років	Кінцеве стабільне ядро
^{40}K	β^-, K	$1{,}27 \cdot 10^9$	$^{40}Ca, ^{40}Ar$
^{50}V	β^-, K	$6 \cdot 10^{15}$	$^{50}Cr, ^{50}Ti$
^{87}Rb	β^-	$5.7 \cdot 10^{10}$	$^{87}Sr,$
^{115}I	β^-	$5 \cdot 10^{14}$	$^{115}Sn,$
^{123}Te	ЕЗ	$1.2 \cdot 10^{13}$	$^{123}Sb,$
^{138}La	K, β^-	$1.1 \cdot 10^{11}$	$^{138}Ba, ^{138}Ce$
^{142}Ce	α	$5 \cdot 10^{15}$	$^{138}Ba,$
^{144}Nd	α	$2.4 \cdot 10^{15}$	^{140}Ce
^{147}Sm	α	$1.1 \cdot 10^{11}$	$^{143}Nb,$
^{152}Gd	α	$1.1 \cdot 10^{14}$	$^{148}Sm,$
^{176}Lu	β^-	$3 \cdot 10^{10}$	$^{176}Hf,$
^{174}Hf	α	$2 \cdot 10^{15}$	$^{170}Yb,$
^{187}Re	β^-	$6 \cdot 10^{10}$	$^{187}Os,$
^{190}Pt	α	$7 \cdot 10^{11}$	$^{186}Os,$

Таблиця властивостей нуклідів

Z	Нуклід	Спін ядра	Надлишок маси нукліда $M-$ А, а.е.м.	Масовий вміст природної суміші, %	Тип розпаду	Період піврозпаду $T_{1/2}$	Енергія α- і β- частинок МеВ
	n	½	0,008665	–	β^-	11,7 хв.	0,78
1	H	½	0,007825	99,985			
	^{2}H	1	0,014102	0,015			
	^{3}H	½	0,016049	–	β^-	12,3 року	0,018
2	^{3}He	½	0,016030	–			
	^{4}He	0	0,002604	100			
3	^{6}Li	1	0,015126	7,52			
	^{7}Li	3/2	0,016005	92,48			
4	^{7}Be	3/2	0,016931	–	K	53 діб	
	^{8}Be	0	0,005308	–	2α	10^{-16} с.	0,039
	^{9}Be	3/2	0,012186	100			
	^{10}Be	0	0,013535	–	β^-	2,5 10^6 років	0,555
5	^{10}B	3	0,012939	20			
	^{11}B	3/2	0,009305	80			
6	^{11}C	3/2	0,011431	–	β^+	20,4 хв.	0,97
	^{12}C	0	0	98,89			
	^{13}C	½	0,003354	1,11			
	^{14}C	0	0,003242	–	β^-	5570 років	0,155
7	^{13}N	-	0,005739	–	β^+	10 хв.	1,2
	^{14}N	1	0,003074	99,63			
	^{15}N	½	0,000108	0,37			
8	^{15}O	-	0,003072	–	β^+	2,1 хв.	1,68
	^{16}O	0	– 0,005085	99,76			
	^{17}O	5/2	– 0,000867	0,037			
	^{18}O	0	– 0,000840	0,204			
9	^{18}F	-	0,000950	–	β^+	1,87 год.	0,649
	^{19}F	½	– 0,001595	100			
	^{20}F	-	– 0,000015	–	β^-	12 с.	5,42
10	^{20}Ne	0	– 0,007560	90,92			
	^{21}Ne	-	– 0,006151	0,26			
	^{22}Ne	0	– 0,008616	8,82			
11	^{22}Na	3	– 0,005565	–	β^+	2,6 року	0,540
	^{23}Na	3/2	– 010227	100			
	^{24}Na	4	– 0,009033	–	β^-	15 год.	1,39
12	^{23}Mg	-	– 0,005865	–	β^+	11 с.	2,95
	^{24}Mg	0	– 0,014956	78,60			
	^{25}Mg	5/2	– 0,014160	10,11			
	^{26}Mg	0	– 0,017409	11,29			
	^{27}Mg	½	–0,015655	–	β^-	9,5 хв.	1,57 і 1,59
13	^{26}Al	–	– 0,013100	–	β^+	6,7 с.	3,20
	^{27}Al	5/2	– 0,018465	100			
	^{28}Al	3	– 0,018092	–	β^-	2,3 хв.	2,86
14	^{28}Si	0	–0,023073	92,27			
	^{29}Si	½	– 0,023509	4,68			
	^{30}Si	0	– 0,0026239	3,05			
	^{31}Si	–	– 0,024651	–	β^-	2,65 діб	1,47
15	^{30}P	–	– 0,021680	–	β^+	2,5 хв.	3,24
	^{31}P	½	– 0,026237	100			
	^{32}P	–	– 0,026092	–	β^-	14,3 діб	1,71
16	^{32}S	0	– 0,027926	95,02			

Z	Нуклід	Спін ядра	Надлишок маси нук-ліда $M-$ А, а.е.м.	Масовий вміст природної су-міші, %	Тип роз-паду	Період півроз-паду $T_{1/2}$	Енергія α- і β- частинок МеВ
	^{33}S	3/2	– 0,028540	0,75			
	^{34}S	0	– 0,032136	4,21			
	^{35}S	3/2	– 0,030966	–	β^-	87 діб	0,167
17	^{35}Cl	3/2	– 0,031146	75,4			
	^{36}Cl	2	– 0,031688	–	β^-, K	3,1 10^5 років	0,714
	^{37}Cl	3/2	– 0,034104	24,6			
18	^{36}Ar	0	– 0,032452	0,34			
	^{37}Ar	3/2	– 0,033228	–	K	32 діб	
	^{39}Ar	–	– 0,035679	–	β^-	265 років	0,565
	^{40}Ar	0	– 0,037616	99,60			
19	^{39}K	3/2	– 0,036286	93,08			
	^{42}K	2	– 0,037583	–	β^-	1,52 діб	345 і 1,99
24	^{51}Cr	7/2	– 0,055214	–	K	28 діб	
25	^{55}Mn	5/2	– 0,061946	100			
27	^{58}Co	2	– 0,064246	–	K, β^+	72 діб	0,47
	^{59}Co	7/2	– 0,066811	100			
	^{60}Co	4	– 0,066194	–	β^-	5,2 року	0,31
29	^{63}Cu	3/2	– 0,070406	69,1			
	^{65}Cu	3/2	– 0,072214	30,9			
30	^{65}Zn	5/2	– 0,070766	–	K, β^+	245 діб	0,325
35	^{82}Br	6	– 0,083198	–	β^-	36 год.	0,456
38	^{88}Sr	0	– 0,09436	82,56			
	^{89}Sr	5/2	– 0,09257	–	β^-	51 діб	1,46
	^{90}Sr	0	– 0,09223	–	β^-	28 років	0,535
39	^{90}Y	2	– 0,09282	–	β^-	64 діб	2,24
47	^{107}Ag	½	– 0,09303	51,35			
53	^{127}I	5/2	– 0,09565	100			
	^{128}I	1	– 0,09418	–	K, β^-	25 хв.	2,12 і 1,67
79	^{197}Au	3/2	– 0,03345	100			
	^{198}Au	2	– 0,03176	–	β^-	2,7 діб	0,96
81	^{204}Tl	–	– 0,02611	–	β^-	4,1 року	0,77
82	^{206}Pb	0	– 0,02554	23,6			
	^{207}Pb	½	0,02410	22,6			
	^{208}Pb	0	0,02336	52,3			
83	^{209}Bi	9/2	0,01958	100			
	^{210}Bi	4	0,01589	–	α	2,6 – 10^6 років	4,97
84	^{210}Po	–	0,01713	–	α	138 діб	5,3
86	^{222}Rn	–	0,01753	–	α	3,8 діб	5,49
88	^{226}Ra	0	0,02536	–	α	1620 років	4,78 і 4,59
90	^{232}Th	0	0,03821	100	α	1,4 10^{10} років	4,00 і 3,98
	^{233}Th	–	0,04143	–	β^-	22 хв.	1,23
92	^{234}U	0	0,04090	0,006	α	2,5 10^5 років	4,76 і 4,72
	^{235}U	7/2	0,04393	0,71	α	7,1 10^8 років	4,20 – 4,58
	^{236}U	0	0,04573	–	α	2,4 10^7 років	4,45 і 4,50
	^{238}U	0	0,05076	99,28	α	4,5 10^9 років	4,13 і 4,18
	^{239}U	–	0,05432	–	β^-	23,5 хв.	1,21
94	^{238}Pu	–	0,04952	–	α	89,6 років	5,50 і 5,45
	^{239}Pu	½	0,05216	–	α	2,4 10^4 років	5,15 – 5,10

ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Періоди	Групи елементів: I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1	H 1 $1s^1$ Гідроген 1.0079							He 2 $1s^2$ Гелій 4.0026		
2	Li 3 $[He]2s^1$ Літій 6.941	Be 4 $[He]2s^2$ Берилій 9.0122	B 5 $[He]2s^22p^1$ Бор 10.811	C 6 $[He]2s^22p^2$ Карбон 12.011	N 7 $[He]2s^22p^3$ Нітроген 14.007	O 8 $[He]2s^22p^4$ Оксиген 15.999	F 9 $[He]2s^22p^5$ Флуор 18.998	Ne 10 $[He]2s^22p^6$ Неон 20.179		
3	Na 11 $[Ne]3s^1$ Натрій 22.990	Mg 12 $[Ne]3s^2$ Магній 24.305	Al 13 $[Ne]3s^23p^1$ Алюміній 26.982	Si 14 $[Ne]3s^23p^2$ Силіцій 28.086	P 15 $[Ne]3s^23p^3$ Фосфор 30.974	S 16 $[Ne]3s^23p^4$ Сульфур 32.066	Cl 17 $[Ne]3s^23p^5$ Хлор 35.453	Ar 18 $[Ne]3s^23p^6$ Аргон 39.948		
4	K 19 $[Ar]4s^1$ Калій 39.098	Ca 20 $[Ar]4s^2$ Кальцій 40.078	21 Sc $[Ar]3d^14s^2$ Скандій 44.956	22 Ti $[Ar]3d^24s^2$ Титан 47.88	23 V $[Ar]3d^34s^2$ Ванадій 50.942	24 Cr $[Ar]3d^54s^1$ Хром 51.996	25 Mn $[Ar]3d^54s^2$ Манган 54.938	26 Fe $[Ar]3d^64s^2$ Ферум 55.847	27 Co $[Ar]3d^74s^2$ Кобальт 58.933	28 Ni $[Ar]3d^84s^2$ Нікель 58.69
	29 Cu $[Ar]3d^{10}4s^1$ Купрум 63.546	30 Zn $[Ar]3d^{10}4s^2$ Цинк 65.39	Ga 31 $[Ar]3d^{10}4s^24p^1$ Галій 69.723	Ge 32 $[Ar]3d^{10}4s^24p^2$ Германій 72.59	As 33 $[Ar]3d^{10}4s^24p^3$ Арсен 74.922	Se 34 $[Ar]3d^{10}4s^24p^4$ Селен 78.96	Br 35 $[Ar]3d^{10}4s^24p^5$ Бром 79.904	Kr 36 $[Ar]3d^{10}4s^24p^6$ Криптон 83.80		
5	Rb 37 $[Kr]5s^1$ Рубідій 85.468	Sr 38 $[Kr]5s^2$ Стронцій 87.62	39 Y $[Kr]4d^15s^2$ Ітрій 88.906	40 Zr $[Kr]4d^25s^2$ Цирконій 91.224	41 Nb $[Kr]4d^45s^1$ Ніобій 92.906	42 Mo $[Kr]4d^55s^1$ Молібден 95.94	43 Tc $[Kr]4d^55s^2$ Технецій (99)	44 Ru $[Kr]4d^75s^1$ Рутеній 101.07	45 Rh $[Kr]4d^85s^1$ Родій 102.91	46 Pd $[Kr]4d^{10}5s^0$ Паладій 106.42
	47 Ag $[Kr]4d^{10}5s^1$ Аргентум 107.87	48 Cd $[Kr]4d^{10}5s^2$ Кадмій 112.41	In 49 $[Kr]4d^{10}5s^25p^1$ Індій 114.82	Sn 50 $[Kr]4d^{10}5s^25p^2$ Станум 118.71	Sb 51 $[Kr]4d^{10}5s^25p^3$ Стибій 121.75	Te 52 $[Kr]4d^{10}5s^25p^4$ Телур 127.60	I 53 $[Kr]4d^{10}5s^25p^5$ Йод 126.90	Xe 54 $[Kr]4d^{10}5s^25p^6$ Ксенон 131.29		
6	Cs 55 $[Xe]6s^1$ Цезій 132.91	Ba 56 $[Xe]6s^2$ Барій 137.33	57 *La $[Xe]5d^16s^2$ Лантан 138.91	72 Hf $[Xe]4f^{14}5d^26s^2$ Гафній 178.49	73 Ta $[Xe]4f^{14}5d^36s^2$ Тантал 180.95	74 W $[Xe]4f^{14}5d^46s^2$ Вольфрам 183.85	75 Re $[Xe]4f^{14}5d^56s^2$ Реній 186.21	76 Os $[Xe]4f^{14}5d^66s^2$ Осмій 190.2	77 Ir $[Xe]4f^{14}5d^76s^2$ Іридій 192.22	78 Pt $[Xe]4f^{14}5d^96s^1$ Платина 195.08
	79 Au $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^1$ Аурум 196.97	80 Hg $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^2$ Меркурій 200.59	Tl 81 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^1$ Талій 204.38	Pb 82 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^2$ Плюмбум 207.2	Bi 83 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^3$ Бісмут 208.98	Po 84 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^4$ Полоній (209)	At 85 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^5$ Астат (210)	Rn 86 $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^6$ Радон (222)		
7	Fr 87 $[Rn]7s^1$ Францій (223)	Ra 88 $[Rn]7s^2$ Радій 226.03	89 **Ac $[Rn]6d^17s^2$ Актиній (227)	104 Rf $[Rn]5f^{14}6d^27s^2$ Резерфордій (261)	105 Db $[Rn]5f^{14}6d^37s^2$ Дубній (262)	106 Sg $[Rn]5f^{14}6d^47s^2$ Сиборгій (263)	107 Bh $[Rn]5f^{14}6d^57s^2$ Борій (262)	108 Hs $[Rn]5f^{14}6d^67s^2$ Гасій (265)	109 Mt $[Rn]5f^{14}6d^77s^2$ Майтнерій (266)	110 Uun $[Rn]5f^{14}6d^87s^2$ Унуннілій
Вищі оксиди	R_2O	RO	R_2O_3	RO_2	R_2O_5	RO_3	R_2O_7	RO_4		
Леткі сполуки з Гідрогеном				RH_4	RH_3	H_2R	HR			

Символ — Протонне число

O 8 $[He]2s^22p^4$ Оксиген 15.999

Відносна атомна маса — Назва елемента — Електронна формула

*Лантаноїди

58 Ce 140.12 Церій $[Xe]4f^25d^06s^2$	59 Pr 140.91 Празеодим $[Xe]4f^35d^06s^2$	60 Nd 144.24 Неодим $[Xe]4f^45d^06s^2$	61 Pm (147) Прометій $[Xe]4f^55d^06s^2$	62 Sm 150.36 Самарій $[Xe]4f^65d^06s^2$	63 Eu 151.96 Європій $[Xe]4f^75d^06s^2$	64 Gd 157.25 Гадоліній $[Xe]4f^75d^16s^2$
65 Tb 158.93 Тербій $[Xe]4f^95d^06s^2$	66 Dy 162.50 Диспрозій $[Xe]4f^{10}5d^06s^2$	67 Ho 164.93 Гольмій $[Xe]4f^{11}5d^06s^2$	68 Er 167.26 Ербій $[Xe]4f^{12}5d^06s^2$	69 Tm 168.93 Тулій $[Xe]4f^{13}5d^06s^2$	70 Yb 173.04 Ітербій $[Xe]4f^{14}5d^06s^2$	71 Lu 174.97 Лютецій $[Xe]4f^{14}5d^16s^2$

**Актиноїди

90 Th 232.04 Торій $[Rn]5f^06d^27s^2$	91 Pa (231) Протактиній $[Rn]5f^26d^17s^2$	92 U 238.03 Уран $[Rn]5f^36d^17s^2$	93 Np (237) Нептуній $[Rn]5f^46d^17s^2$	94 Pu (244) Плутоній $[Rn]5f^66d^07s^2$	95 Am (243) Америцій $[Rn]5f^76d^07s^2$	96 Cm (247) Кюрій $[Rn]5f^76d^17s^2$
97 Bk (247) Берклій $[Rn]5f^96d^07s^2$	98 Cf (251) Каліфорній $[Rn]5f^{10}6d^07s^2$	99 Es (252) Ейнштейній $[Rn]5f^{11}6d^07s^2$	100 Fm (257) Фермій $[Rn]5f^{12}6d^07s^2$	101 Md (258) Менделевій $[Rn]5f^{13}6d^07s^2$	102 No (259) Нобелій $[Rn]5f^{14}6d^07s^2$	103 Lr (260) Лоуренсій $[Rn]5f^{14}6d^17s^2$

s-елементи *p-елементи* *d-елементи* *f-елементи*

Навчальне видання

ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ З «ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ». АТОМНА І ЯДЕРНА ФІЗИКА

Навчальний посібник

Укладачі:
Саєнко Олег Васильович
Іванко Володимир Вікторович

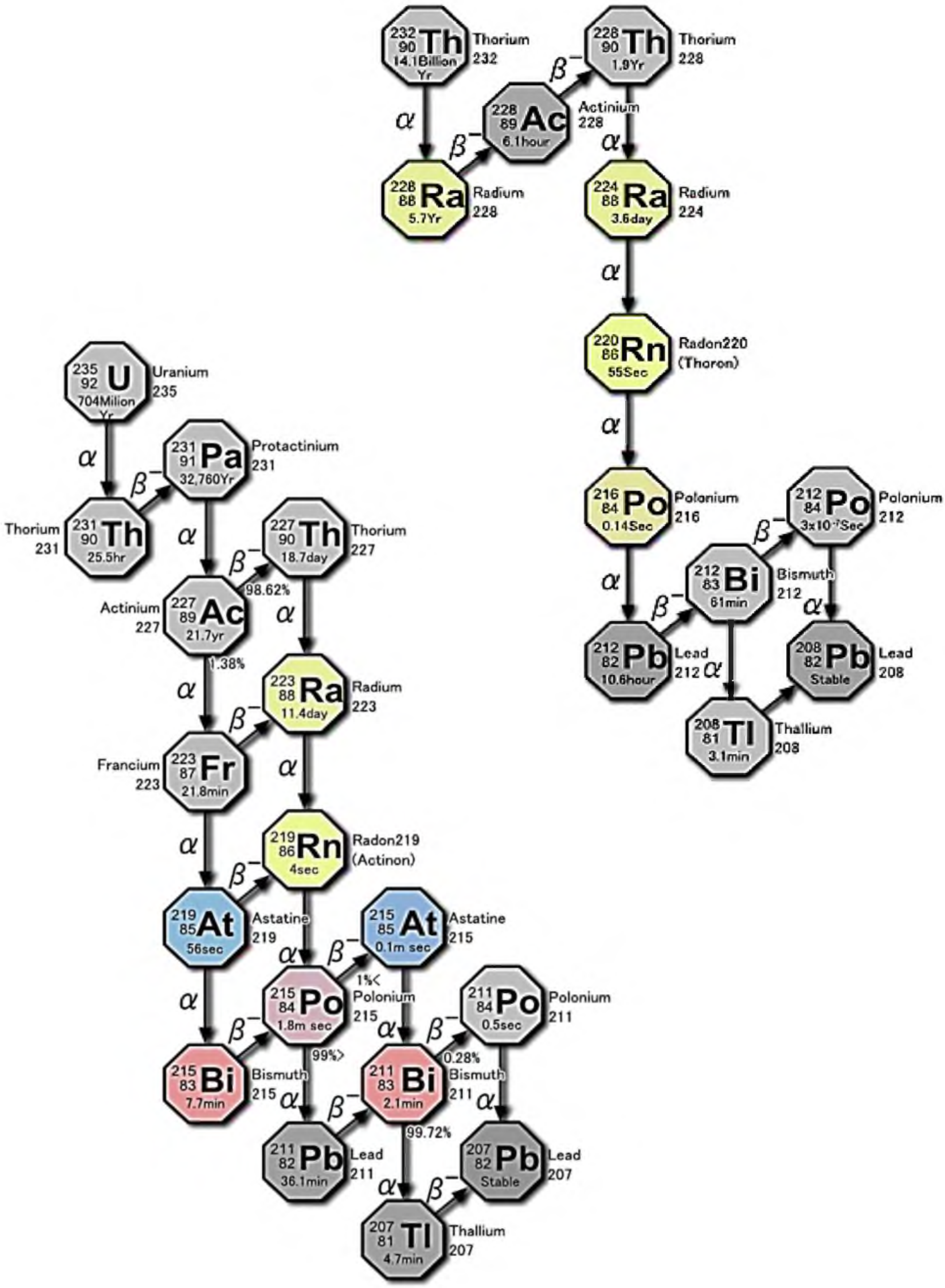
Комп’ютерна верстка С. О. Романюк
Дизайн обкладинки І. Ф. Ісаєнко
Комп’ютерний набір та редагування
О. А. Комеліна, Л. І. Інзик
У виданні використані рисунки і фото з мережі Інтернет

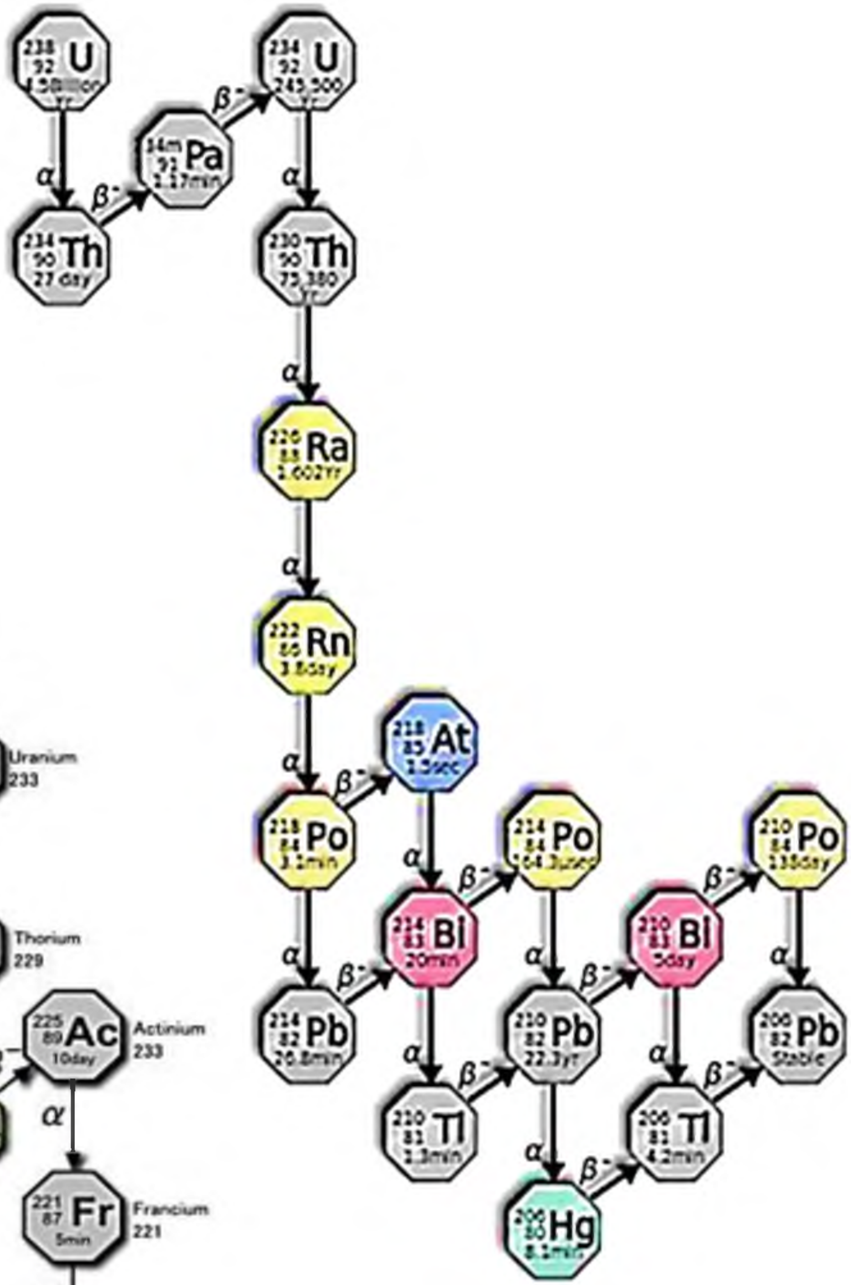
Підписано до друку 31.01.2019 р.
Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний.
Ум.-друк. арк. 6,98. Обл.-вид. арк. 9,73
Тираж100 прим. Зам. №6969

Макетовано в ПНПУ імені В.Г. Короленка,
вул. Остроградського, 2, м. Полтава, 36003

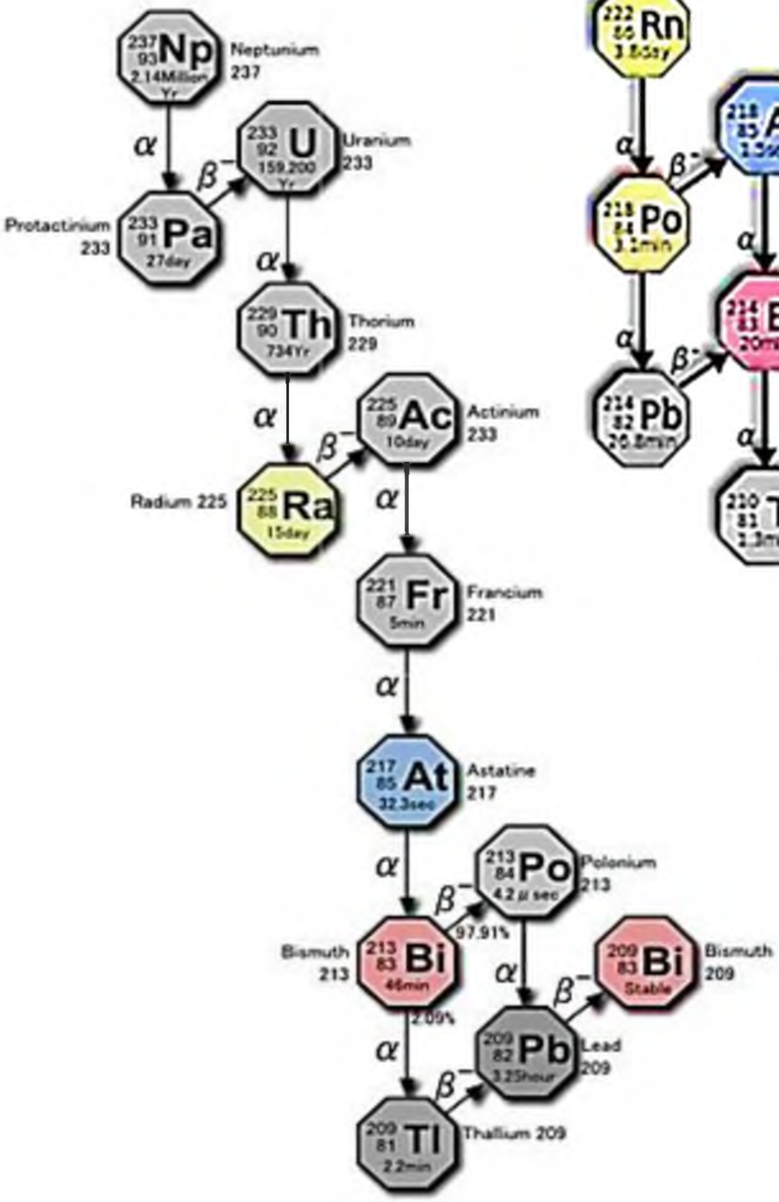
Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи
до державного реєстру серія ДК №3817 від 01.07.2010 р.

Радіоактивні ряди

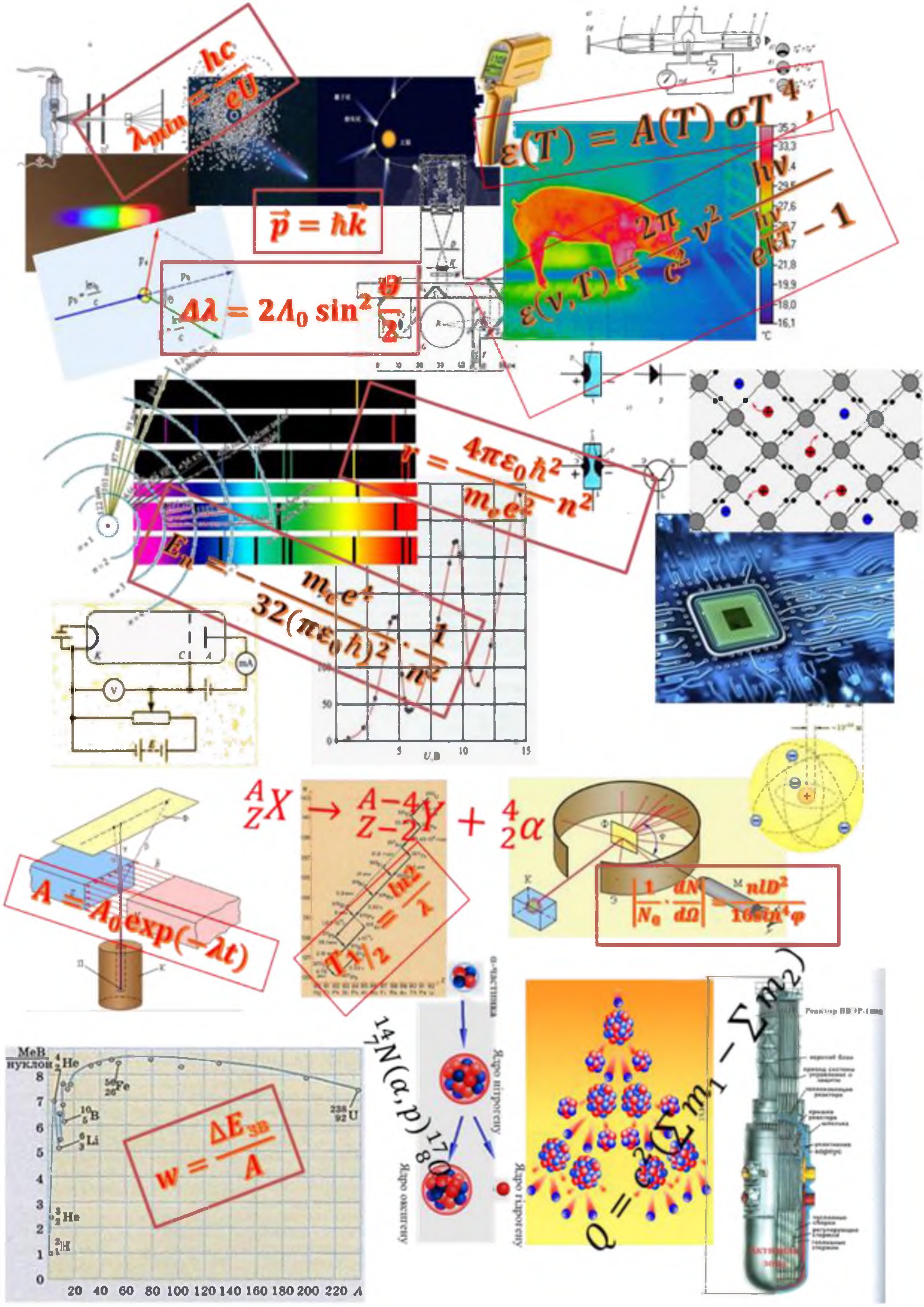




U
Pa
U
Th
Th
Ra
Rn
At
Po
Po
Po
Bi
Bi
Pb
Pb
Pb
Tl
Tl
Hg



Np
Neptunium 237
U
Uranium 233
Pa
Protactinium 233
Th
Thorium 229
Ac
Actinium 233
Ra
Radium 225
Fr
Francium 221
At
Astatine 217
Po
Polonium 213
Bi
Bismuth 213
Bi
Bismuth 209
Pb
Lead 209
Tl
Thallium 209



$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$
$\varepsilon(T) = A(T)\,\sigma T^4,$
$\vec{p} = \hbar\vec{k}$
$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi}{c^2}\nu^2 \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$
$\Delta\lambda = 2\Lambda_0 \sin^2\frac{\vartheta}{2}$
$r = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} n^2$
$E_n = -\frac{m_e e^4}{32(\pi\varepsilon_0\hbar)^2}\cdot\frac{1}{n^2}$
$^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$
$A = A_0 \exp(-\lambda t)$
$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$
$\left|\frac{1}{N_0}\cdot\frac{dN}{d\Omega}\right| = \frac{nlD^2}{16\sin^4\varphi}$
$^{14}_7N(\alpha, p)^{17}_8O$
$Q = c^2\left(\sum m_1 - \sum m_2\right)$
$w = \frac{\Delta E_{зв}}{A}$
МеВ/нуклон
$^4_2$He
$^{56}_{26}$Fe
$^{10}_5$B
$^6_3$Li
$^{238}_{92}$U
$^3_2$He
$^3_1$H
20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 A
α-частинка
Ядро нітрогену
Ядро оксигену
Ядро гідрогену