О. В. Саєнко
Полтавський національний педагогічний університет імені В. Г. Короленка
м. Полтава
pnpu20@gmail.com

ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ ОПТИКИ У КОНТЕКСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ УЧНІВ

Розв’язування задач у процесі навчання фізиці забезпечує виконання цілої низки дидактичних завдань: мотиваційних, гностичних, інтегруючих, прикладних, освітніх, розвиваючих, виховних та інших, притаманних задачам взагалі.

Під час вивчення фізики необхідно навчатися розв'язувати задачі різних типів. Проте, у пізнанні навколишньої дійсності, встановленні якомога кращих, оптимальних результатів розв'язування тієї чи іншої проблеми, і не лише фізичної, особливе місце належить завданням в яких необхідно знайти найбільше чи найменше значення деякої величини, тобто задачам на екстремум.

Ще в античні часи відзначали, що «природа керується екстремальними принципами» (Герон Олександрійський), але тільки в XIX сторіччі, завдяки розвитку природничих наук, було встановлено, що у природі принципи «оптимальності» є вирішальним – закони нашого світу підпорядковані принципам екстремальності.

Задачі на екстремум дають змогу зрозуміти, наскільки ефективним та раціональним є обраний математичний метод в його практичному застосуванні, а також в повному об’ємі використати навчальні досягнення особистості з різних розділів математики у вивченні фізики, природничих та інших наук в цілому.

Зокрема, під час вивчення курсу фізики у розділі «Оптика», традиційними є задачі на екстремум у темі «Фотометрія». Такі задачі пропонуються в збірниках задач, посібниках для самоосвіти, та розглядаються в методичній літературі [1,2,3,4].

Задача 1. Над круглим столом радіуса $r = 1$ м висить освітлювальна лампа. На якій висоті її треба розмістити, щоб освітленість краю стола була максимальною? Задача 2. У центрі квадратної кімнати площею S підвішена лампа. На якій висоті від підлоги вона повинна знаходитися щоб освітленість у кутах кімнати була найбільшою? Задача 4. У місті для освітлення алеї використовують стовпи висотою $h = 10$ м. На якій максимальній відстані один від одного їх потрібно поставити, щоб освітленість алеї була максимальною?

З фізичної точки зору розв’язок цих задач ґрунтується на застосуванні законів фотометрії [5]: освітленість поверхні обернено пропорційна квадрату відстані від джерела світла до освітлюваної поверхні і прямо пропорційна косинусу кута падіння променів на поверхню. Але математично можна вибрати різні підходи для відшукання відповіді. Наприклад, у наведених задачах, можна досліджувати на екстремум залежності $E(x) = kh/(h^2 + x^2)^{3/2}$ чи $E(x) = (k/a^2)(cos\alpha \cdot sin^2\alpha)$ до яких прийдемо після ряду перетворень формули, що відображає закони фотометрії $E(x) = kcos\alpha/r^2$ (загальний підхід) або спробувати відшукати розв’язок іншим простішим (частинним) методом: графічним, симетрії, теорем про середні величини і таке інше. Вибір залежатиме від математичної підготовки учня і конкретних методичних завдань викладача.

Звернемо увагу на задачі в яких необхідно знайти екстремум користуючись лише якісною стороною явища. Незважаючи на якісний характер таких задач, повне їх пояснення можливе лише з використання математичного апарату інколи достатньо складного. Такі задачі виявляють рівень засвоєння і глибину розуміння ряду фізичних законів. Особливо чітко це проявляється у геометричній оптиці, усі її закони, не дивлячись на їх експериментальне походження, з легкістю, строго математично обґрунтовуються з екстремального принципу Ферма: світло поширюється шляхом оптична довжина якого є екстремальною (сучасне формулювання) [1].

Більш складним, прикладом якісної задачі на екстремум може бути наступна задача 6. Доведіть, що за умови симетричного проходження променя через призму кут відхилення δ є найменшим. Розв'язок завданя є не таким простим як обґрунтування законів геометричної оптики, оскільки вимагає відшукання мінімуму функції [1] $\delta(\varphi) = arcsin(nsin\varphi) + arcsin\big(nsin(\gamma - \varphi)\big) - \gamma$, де n – показник заломлення, γ – заломлюючий кут призми, φ – кут заломлення. Інтерес до якісних завдань цього типу зумовлений не лише можливістю демонстрації потужності математичних методів у фізиці, такі завдання забезпечують зворотному зв'язку між математикою і фізикою сприяючи розвитку дослідницьких (експериментальних) якостей учнів, оскільки під час їх розв'язування пошук екстремального (мінімального) проявляється в явному вигляді при проходження світла через призму.

На особливу увагу заслуговує рівень математичної підготовки учнів під час вивчення питань хвильової оптики у темі «Дифракція світла». Оскільки розв'язування основної задачі теорії дифракції передбачає відшукання мінімумів і максимумів інтенсивності світла у дифрагованих пучках, то сама теорія дифракції є розв'язком задачі на екстремум [1] вирішення якої передбачає застосування складних математичних перетворень, свідченням їх складності є відсутність загальної теорії дифракції. Проте, розв'язки окремих задач у дифракції, які розглядаються під час вивчення теоретичного матеріалу, зручно використати під час розгляду інших екстремальних задач. Наприклад: Задача 7. Визначити оптимальні розміри «діркової камери» залежно від довжини хвилі світла λ, тобто знайти радіус отвору r, за якого точкове джерело світла зобразиться на стінці камери кружечком мінімального діаметра. Вважайте відстань від джерела до камери великою порівняно з глибиною d камери, а зв'язок між розмірами отвору довжиною хвилі і розміром образу на стінці камери таким, що $2rsin\varphi = \lambda$ [4]. Останнє співвідношення є результатом дослідження питання про проходження світла через круглі отвори.

Література

1. Загальний курс фізики: Збірник задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний та ін.; за заг. ред. І. П. Гаркуші. – [2-ге вид., стер.] – К.: Техніка, 2004. – 560с.
2. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. Учеб. пособ. – [11-е изд., перераб.] –М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 384 с.
3. Сборник задач по Элементарной физике. Пособие для самообразования / Б. Б Буховцев, В. Д. Кривченков, Г. Я. Мякишев, И. М. Сараева. – 5 изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 416 с.
4. Куликовський С. Г. Фізика на заняттях з математики та інформатики / С. Г. Куликовський // Імідж сучасного педагога 3(7) 2000. – С. 32 – 34.
5. Білий М. У. Загальна фізика. Оптика / М. У. Білий, А. Ф. Скубенко. – К.: Вища школа, 1987. – 376 с.

Анотація. Саєнко О. В. Екстремальні задачі оптики у контексті математичної підготовки учнів. *Розглядаються можливості реалізації навчальних досягнень учнів з математики у курсі загальної фізики на прикладі задач на екстремум змістового модуля «Оптика».*

Ключові слова: *екстремум, закони фотометрії, геометрична оптика, дифракція.*

Summary. Saienko O. V. Extreme problems of optics in the context of mathematical training of students. *Possibilities of realization of educational achievements of mathematics students in the course of general physics on the example of problems for the extremum of the content module "Optics" are considered.*

Key words: *extremum, laws of photometry, geometric optics, diffraction.*

Аннотация. Саенко О. В. Экстремальные задачи оптики в контексте математической подготовки учеников. *Рассматриваются возможности реализации знаний учащихся по математике в курсе общей физики на примере задач на экстремум раздела «Оптика».*

Ключевые слова: *экстремум, законы фотометрии, геометрическая оптика, дифракция.*