

Використання програми GeoGebra у вивченні математичного аналізу в закладах вищої освіти (на прикладі обчислення потрійних інтегралів)

Клімішина А. Я.

*кандидат педагогічних наук,
старший викладач кафедри математики
та інформатики
ВДПУ імені Михайла Коцюбинського
klimishyna.alina@gmail.com*

В умовах глобальної інформатизації суспільства, зазнає змін освітня система, перед якою постає завдання навчити учнів/студентів орієнтуватися в інформаційному просторі та використовувати сучасні інформаційні технології в межах власних потреб. Зважаючи на це, освітній процес в закладах загальної середньої освіти (ЗЗСО) та закладах вищої освіти (ЗВО) трансформується: традиційні методи навчання поєднуються із використанням інформаційно-комунікаційних технологій.

Змін зазнають усі ланки освітньої системи. Не є винятком і математична галузь. Загальновідомо, що на сьогоднішній день є велика кількість програмних засобів навчання математики. Нами в таблиці 1 вказано деякі з них та наведено їх основні можливості.

Табл. 1. Програмні засоби навчання математики та їх основні можливості

Програмний засіб навчання математики	Основні можливості
Advanced Grapher	Побудова графіків функцій однієї змінної; знаходження аналітичного виразу для похідної функції; знаходження нулів функції на заданому проміжку; дослідження на екстремум на заданому проміжку; виконання чисельного інтегрування; наближене знаходження коренів рівнянь та їх систем; знаходження координат точок перетину графіків двох функцій на заданому проміжку; обчислення числових виразів; графічне розв'язування нерівностей та їх систем тощо.
GRAN	GRAN1: розв'язання рівнянь, нерівностей та їх систем, дослідження функцій, обчислення визначених інтегралів; GRAN-2D: дослідження систем геометричних об'єктів на площині; GRAN-3D: оперування моделями просторових об'єктів, що вивчаються в курсі стереометрії; одержання відповідних числових характеристик різних об'єктів у тривимірному просторі тощо.
Mathcad	Виконання чисельних та символічних обчислень; операції з векторами; розв'язання систем рівнянь; автоматичне переведення одних одиниць вимірювання в інші тощо.

Продовження таблиці 1

Програмний засіб навчання математики	Основні можливості
Matlab	Розв'язування лінійних рівнянь; виконання операцій над многочленами та їх диференціювання; побудова графіків; чисельне інтегрування тощо.
Mathematica	Побудова графіків функцій; спрощення виразів; знаходження границь; інтегрування і диференціювання функцій; розв'язання систем рівнянь; розкладання числа на прості множники, знаходження НСД і НСК ; побудова геометричних фігур; побудова графіків тощо.
Microsoft Mathematics	Побудова графіків функцій у різних системах координат (декартовій, полярній, сферичній, циліндричній); розв'язання рівнянь та їх систем; обчислення інтегралів ; знаходження невідомих сторін та кутів трикутника за умовою задачі; автоматичне переведення одних одиниць вимірювання в інші тощо.
Wolfram Alpha	Розв'язування рівнянь; виконання арифметичних дій з многочленами; знаходження границь; знаходження похідних функцій; побудова графіків функцій тощо.
GeoGebra	Побудова графіків функцій; побудова геометричного місця точок, що залежить від положення деякої іншої точки, що належить будь-якій кривій або многокутнику; обчислення коренів, екстремумів, інтегралів тощо.
Пакет динамічної геометрії DG	Побудова геометричних фігур на площині; побудова образу точки при центральній та осовій симетрії, середини відрізка, інверсної точки відносно кола; побудова геометричного місця точок, які динамічно змінюються тощо.
система Derive	Спрощення виразів; виконання дій з многочленами; символічне та чисельне інтегрування і диференціювання; виконання операцій з векторами тощо.

Розглянемо детальніше основні характеристики та особливості використання програмного ресурсу GeoGebra.

Програма GeoGebra виникла в 2002 році як дипломний магістерський проект Маркуса Хохенватера під час його навчання в університеті Зальцбурга. Вона була розроблена з метою поєднання можливостей програм динамічної геометрії (наприклад, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad) і систем комп'ютерної алгебри (наприклад, Derive, Maple) в одній простій у використанні системі, призначеній для вивчення і викладання математики [1].

Протягом наступних років GeoGebra перетворилась на міжнародний проект з відкритим кодом, що активно розвивається і над яким зараз працює інтернаціональна команда з 20 розробників та більше ніж 100 перекладачів. На сьогоднішній день GeoGebra – це вільний педагогічний програмний продукт, призначений для вивчення і викладання математики

в середніх і вищих закладах освіти, який поєднує динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику. Остання стабільна версія GeoGebra пропонує кілька динамічно пов'язаних між собою представлень математичних об'єктів: графічне, алгебраїчне, табличне. Інтерфейс GeoGebra простий та зрозумілий [2], що дозволяє користувачу з легкістю працювати в даній програмі.

Розглянемо використання програми GeoGebra на практичних заняттях з математичного аналізу під час вивчення теми «Обчислення потрійних інтегралів».

Приклад. Обчислити інтеграл $\iiint_V z\sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, перейшовши до циліндричних координат, якщо $V : x^2 + y^2 = 3z, z = 3, y \geq 0, z \geq 0$.

Як бачимо, для обчислення такого інтеграла, насамперед, потрібно побудувати область інтегрування.

Задані поверхні будуємо за допомогою програми GeoGebra (рис. 1).

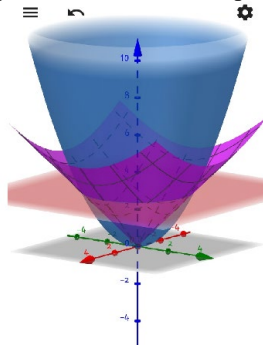


Рис. 1. Ілюстрація до прикладу, виконана в програмі GeoGebra

Далі переходимо до циліндричних координат, визначаємо межі. Записуємо потрійний інтеграл у вигляді повторних інтегралів та обчислюємо його значення.

Таким чином, аналізуючи та підсумовуючи викладене, зазначимо, що використання в освітньому процесі ЗЗСО/ЗВО програмних засобів навчання математики дозволяє візуалізувати розв'язання задач, що в свою чергу сприяє розвитку в учнів/студентів: мотивації до вивчення математики, навичок мислення (зокрема, вони вчаться аналізувати, порівнювати, виділяти суттєві ознаки та властивості), просторової уяви тощо.

Список використаних джерел

1. Hohenwarter M., Preiner J. Creating mathlets with open source tools. *Journal of Online Mathematics and its Applications*. 2007. No 7. P. 78–83.
2. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2012. № 4 (30). URL: <https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/700/524>