



УДК 373.3.016:511-028.31-047.37

DOI: [https://doi.org/10.33272/2522-9729-2020-1\(190\)-83-87](https://doi.org/10.33272/2522-9729-2020-1(190)-83-87)

Карпузова Наталія

ORCID iD <http://orcid.org/0000-0003-1430-0648>

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ НА СПІЛЬНУ РОБОТУ У ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

**A** Розкрито методичні прийоми дослідження задач на спільну роботу на етапі формування у молодших школярів розуміння значення термінів: спільна робота, загальний виробіток, продуктивність праці. Розглянуто особливості організації роботи у процесі з'ясування змісту задач на спільну роботу; короткому записі тексту задачі та оформлення її розв'язання. Вказано на доцільність узагальнення математичних структур задач на одночасний рух і задач на спільну роботу та способів їх розв'язування, представлено прийоми роботи над цим аспектом.

**Ключові слова:** початкова школа; дослідження задач; задачі на спільну роботу; загальний виробіток; продуктивність праці; час

**S** *Karpuzova Natalia. On Researching Solving Joint Work Problems in the Primary School.*

*Methodical approaches to solving joint work problems at the stage of formation in the younger students understanding of the meaning of terms: joint work, total yield, productivity. The peculiarities of the organization of work in the process of clarifying the content of joint work problems; brief record the of problem's text and its solution. The expediency of generalizing the mathematical structures of problems for simultaneous motion and problems for joint work and ways of solving them is pointed out, methods of work on this aspect are presented.*

**Key words:** elementary school; problems research; joint work problem; total yield; productivity; time

**Карпузова Наталія Дмитрівна**, кандидатка педагогічних наук, професорка, професорка кафедри початкової освіти, природничих і математичних дисциплін та методик їх викладання Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка

**Karpuzova Natalia**, PhD in Pedagogy, Professor, Professor of the Department of Primary Education, Science, Mathematical Disciplines and Teaching Methods of Poltava V.G. Korolenko National Pedagogical University

**E-mail:** [karpuzova53@gmail.com](mailto:karpuzova53@gmail.com)

**Актуальність проблеми.** Удосконалення системи освіти, яка незмінно знаходиться у полі зору нашого суспільства, нерозривно пов'язана з підвищенням ефективності навчання математики. На жаль, результати міжнародного дослідження PISA, які проводилися у 2019 році, щодо рівня знань учнів закладів загальної середньої освіти з математики нижче середнього. Активне обговорення у педагогічних колах цієї проблеми спрямоване на глибокий аналіз ситуації та вироблення нових підходів до процесу засвоєння учнями навчального матеріалу, чіткої орієнтації на практику, зміни «стилю викладання» математики [6].

Формування математичної компетентності школяра починається на рівні початкової освіти, Державний стандарт якої має забезпечувати розвиток математичного мислення дитини, здатності розуміти й оцінювати математичні факти й закономірності, формування вмін-

ня моделювати процеси і ситуації, розробляти плани дій для розв'язування різноманітних задач, розвиток їх самостійності, творчості та допитливості [5].

Велику роль у процесі навчання молодших школярів відіграють математичні задачі. Вони сприяють кращому осмисленню теоретичного матеріалу, його запам'ятовуванню, дають можливість пов'язувати викладання математики з іншими науками, формувати практичні уміння та навички. У підручниках для початкової школи є чимало типових задач, до яких належать задачі на спільну роботу, які вимагають використання учителем особливих методичних підходів. Зараз, коли в педагогічній теорії і практиці широко обговорюється проблема розвитку аналітико-синтетичних здібностей учнів, використання широких можливостей саме цього виду задач набуває особливої гостроти і актуальності [3].

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** Дані, необхідні для осмислення значущості формування умінь молодших школярів розв'язувати задачі на спільну роботу для їх подальшого успішного навчання, ми одержали в результаті аналізу методичної літератури, де є немало цінних ідей і теоретичних узагальнень.

Так, до проблеми розв'язування задач на спільну роботу тією чи іншою мірою зверталися відомі методисти: М. Бантова, Г. Бельтюкова, М. Богданович, М. Моро, Я. Король, Л. Кочіна, С. Скворцова та ін.

Основними аспектами вивчення є, по-перше, сутність формування умінь та навичок молодших школярів у процесі роботи над задачами на спільну роботу, їх значущість у навчально-виховному процесі; по-друге, особливості педагогічного керування процесом формування умінь і навичок молодших школярів розв'язувати задачі даного виду [1; 2].

Учені вказують на істотні ознаки задач на спільну роботу (містять три взаємопов'язані величини), вказують на три випадки у їх змісті: перший стосується роботи першого виконавця, другий – роботи другого виконавця, третій – спільної роботи двох виконавців, вказують основні види задач на спільну роботу. С. Скворцова подає опорні схеми, схематичні малюнки та плани розв'язання окремих видів задач на спільну роботу, розкриває методику дослідження задач на спільну роботу за наступними змінами: зміна ситуації задачі; зміна числових даних задачі; зміна шуканого задачі; зміна «характеру дій» виконавців, які є засобом визначення істотних ознак математичної структури та плану розв'язання задачі [2; 4].

Позитивно оцінюючи наукову і практичну значущість праць з проблеми дослідження, необхідно зазначити, що низка аспектів формування умінь і навичок молодших школярів розв'язувати задачі на спільну роботу залишилися нерозкритими, дослідження велися, в основному, стосовно загальних питань процесу їх розв'язування.

На сьогодні, задачі на спільну роботу викликають труднощі як в учнів початкової школи так і в здобувачів базової середньої освіти. Основна проблема криється у тому, що учні на підсвідомому рівні запам'ятовують хід розв'язання задач на спільну роботу, не вміють встановлювати зв'язки між подібними явищами, усталені прийоми роботи на уроці не спонукають розвитку дитячого мислення і уяви, не активізують пізнавальну активність школяра.

**Мета статті:** розкрити методичні прийоми дослідження задач на спільну роботу, з метою глибокого розуміння учнями їх змісту, усвідомленого розв'язування, розвитку аналітико-синтетичних умінь молодших школярів.

**Викладення основного матеріалу.** Задачі на спільну роботу відрізняються від інших задач тим, що в них робота виконується одночасно (спільно, разом) кількома людьми ( насосами, трубами, машинами тощо). Це задачі із трійкою взаємопов'язаних величин: робота, час, продуктивність праці.

Успішне опанування математикою визначається насамперед тим, наскільки добре учень розуміє значення термінів, якими оперує. Тому, щоб навчити учнів розв'язувати задачі на спільну роботу, необхідно, перш за все, сформувати у них на елементарному рівні розуміння понять: спільна робота, загальний виробіток (виконана робота), продуктивність праці (робота, виконана за одиницю часу).

Пропонуємо учням задачу:

Задача 1. Батько може викопати рядок картоплі за 30 хв., а син – за 40 хв. Більше чи менше часу, ніж 30 хв., їм знадобиться, якщо вони копатимуть цей рядок удвох?

Здійснюючи навчання з опорою на різні канали сприймання учнями інформації, у процесі формування поняття «спільна робота» вдаємося до моделювання подібної ситуації. Пропонуємо двом учням виконати роботу, а саме, перенести предмети (книжки, кубики тощо) з одного місця в інше при цьому фіксуючи час, затрачений на виконання роботи (наприклад секундоміром) і записуючи його на дошці. Спочатку це виконуватиме перший учень, а потім другий. Кількість книжок чи кубиків визначатиме «виконану роботу» або «загальний виробіток». Проаналізувавши результати, звертаємо увагу дітей на те, що учні переносили однакову кількість предметів, а час затратили різний. Потім пропонуємо переносити предмети обом учням разом. Робимо відкриття, що час, затрачений на перенесення предметів обома учнями, виявився меншим від часу, затраченого на виконання цієї ж роботи кожним з учнів окремо. Акцентуємо увагу на тому, що, працюючи разом (спільно), учні затратили менше часу на виконання тієї самої роботи. Важливо, також, щоб учні зрозуміли, що терміни «виконана робота», «загальний виробіток», «загальний обсяг роботи», «загальний об'єм води» мають однакову суть.

З поняттям «продуктивність праці» учнів знайомимо також практично, наближуючи процес навчання до реальних життєвих ситуацій. Просимо учня перекласти з одного місця на друге фіксовану кількість предметів (20 кубиків), щоразу беручи, наприклад, по два предмети за одиницю часу (наприклад, секунду). Робимо другу спробу – перекладаємо кожного разу по чотири предмети за одиницю часу. Аналізуючи одержані результати, робимо висновок, що у другому випадку було затрачено менше часу на виконання всієї роботи, завдяки тому, що учень перекладав більшу кількість предметів за одиницю часу. Говоримо, що продуктивність праці (робота, виконана за одиницю часу) учня у другій спробі була вищою. Отже, продуктивність праці – це об'єм роботи, виконаний за одиницю часу (наприклад, за секунду, за хвилину, за годину, за день тощо). Іншими словами, продуктивність праці це швидкість виконання роботи.

У процесі розв'язування наступної задачі учні мають встановити залежності між трійкою взаємопов'язаних величин: робота, час, продуктивність праці.

Задача 2. Мама за годину прополює 5 грядок моркви, а донька – 4. Скільки годин мають працювати мама та донька разом, щоб прополоти 27 грядок?

Для усвідомлення учнями того, що при спільній роботі час роботи зменшується при цьому продуктивність зростає і її знаходять дією додавання, пропонуємо наступну модель даної задачі: просимо одного учня пере-

класти з одного місця на друге фіксовану кількість предметів (24 зошити), беручи, наприклад, по два зошити за одиницю часу (наприклад, секунду). Другому учневі пропонуємо перекладати кожного разу по чотири зошити за одиницю часу. Потім пропонуємо учням працювати разом, перекладаючи по два та по чотири зошити кожним. На дошці у таблицю записуємо числа.

	Загальний обсяг роботи	Продуктивність	Час роботи
I учень	24 зошити	2 зошити за хвилину	12 секунд
II учень	24 зошити	4 зошити за хвилину	6 секунд
<b>I та II разом</b>	<b>24 зошити</b>	<b>6 зошитів за хвилину</b>	<b>4 секунди</b>

Аналізуючи одержані результати, встановлюємо залежність між часом, затраченим у процесі спільної роботи та продуктивностями праці кожного з учнів. Учні переконуються, що продуктивність спільної праці дорівнює сумі продуктивностей праці кожного учня, а для знаходження часу, витраченого на спільну роботу, потрібно загальний обсяг роботи – 24 зошити поділити на спільну продуктивність – число 6, яке знаходимо як суму двох і чотирьох (2+4), саме стільки зошитів за хвилину переносили учні працюючи разом.

Робимо висновок – продуктивність праці при спільній роботі людей (інших об'єктів) дорівнює сумі продуктивностей кожного з них.

Такі практичні завдання дають можливість дітям зрозуміти, чому в задачах на спільну роботу можна додавати лише продуктивності праці, але не можна додавати час, за який кожний виконує цю роботу самостійно.

Поглиблюємо одержані знання на ускладнених життєвих ситуаціях, відображених у змісті задач, вміщених у підручнику.

Звертаємо увагу на глибокий аналіз змісту задач на спільну роботу з метою усвідомлення учнями життєвої ситуації, описаної в ній.

Задача 3.

У цистерні 4800 л води. Один насос може викачати всю воду за 24 хв., а другий – за 40 хв. За скільки хвилин можна викачати всю воду, якщо поставити відразу два насоси.

Робимо короткий запис задачі.

На нашу думку, для повного розуміння змісту задачі, у таблицях, що є найкращим способом представлення задачі коротко, всі числа мають записуватися з відповідними одиницями вимірювання (числа іменовані).

	Загальний обсяг роботи	Продуктивність	Час роботи
I насос	4800 л	? л за хв.	24 хв.
II насос	4800 л	? л за хв.	40 хв.
<b>I та II разом</b>	<b>4800 л</b>	<b>? л за хв.</b>	<b>? хв.</b>

З'ясуємо сюжет задачі. Діти мають усвідомлено розповісти сюжет задачі. «Є цистерна, наповнена водою. Воду з неї можна викачати насосами. Насоси можуть бути різними – працювати з різною продуктивністю (у них різна потужність). У цистерні 4800 л води. Якщо встановлять перший насос, він зможе викачати воду за 24 хвилини. Якщо встановлять другий насос, він може викачати воду за 40 хвилин. У задачі запитується: за скільки хвилин можна викачати всю воду, якщо поставити відразу два насоси?».

Запитання вчителя:

– Чому це задача на спільну роботу? (У задачі робота виконується одночасно (спільно) двома насосами).

– Як ви гадаєте, у якого із насосів продуктивність більша? Чому? (Продуктивність більша у другого насоса, тому, що він за одну хвилину викачує більше літрів води).

– У якого з насосів продуктивність менша? Чому? (Продуктивність менша у першого насоса, тому що він за одну хвилину викачує менше літрів води).

– Як знаходять продуктивність спільної праці? Не забувайте, це задача на спільну роботу. (Беремо кількість літрів, які викачує з цистерни перший насос за одну хвилину, додаємо кількість літрів, які викачує з цистерни другий насос на одну хвилину – саме стільки викачають з цистерни води обидва насоси за одну хвилину, працюючи разом. Отже, продуктивності додаємо).

– Що ви можете сказати за час, затрачений на викачування води обома насосами разом? (Він менший за 24 хв. та менший за 40 хв.).

Далі використовуємо або синтетичний або аналітичний спосіб розбору, складаємо план розв'язання.

Звертаємо увагу на запис розв'язання задач на спільну роботу, особливо на пояснення виконання дій.

Розв'язання

1)  $4800:24=200$  л за хв. – продуктивність I насоса;

2)  $4800:40=120$  л за хв. – продуктивність II насоса;

3)  $200+120=320$  л за хв. – продуктивність I та II насосів разом;

4)  $4800:320=15$  хв.

Відповідь: за 15 хвилин викачають всю воду перший і другий насоси працюючи разом.

Усвідомлення сутності вказаних типів задач на спільну роботу допоможе учням змоделювати та усвідомити складніші задачі, побачити зв'язок математики з життям.

Задача 4. Через кран у ванну за 1 хв. вливається 20 л води, а через зливний отвір за 1 хв виливається 15 л води. За скільки хвилин наповниться ванна, об'ємом 160 л, якщо і кран, і зливний отвір будуть весь час відкриті?

На прикладі цієї задачі, вчитель може продемонструвати учням модель аналогічної ситуації, коли спільну продуктивність знаходять як різницю між продуктивністю крану і продуктивністю зливного отвору.

На столі лежать зошити. Потрібно виконати роботу, а саме, перекладати зошити зі столу на парту, так, щоб на столі лежали 24 зошити. Спосіб перекладання незвичний. Один учень перекласти їх зі столу на парту, при цьому беручи по чотири зошити за одиницю часу. Одночасно, другий учень забирає з цієї парти і кладе на полицю по два зошити за одиницю часу. Кожного разу на парті залишається лише частина зошитів, покладених першим учнем. Школярі встановлюють, що їх кількість є різницею між кількістю зошитів, що кладе за одиницю часу перший учень і кількістю зошитів, що забирає за одиницю часу другий учень. Таким чином, продуктивність їх спільної роботи є різницею продуктивності кожного учня ( $4-2=2$  зошити за одиницю часу). Щоб на парті, в результаті такої спільної роботи учнів, стало 24 зошити потрібно затратити ( $24:2=12$ ) 12 одиниць часу.

Провівши порівняння розглянутої ситуації й даної задачі, учні розуміють, що в задачі за кожну хвилину у ванні стає більше води на 5 ( $20-15$ ) літрів, і, без перешкод, можуть самостійно її розв'язати ( $160:(20-15)=32$  хвилини потрібно, щоб наповнити ванну).

У процесі навчання учнів розв'язувати задачі на спільну роботу, важливим є також встановлення аналогії між

вказаним видом задач і задачами на одночасний рух назустріч та одночасний рух в протилежних напрямках.

Доцільно це зробити на прикладі двох задач.

Задача 5. Одна друкарка за годину друкує 5 сторінок, інша – 4. Скільки годин вони повинні працювати разом, щоб надрукувати 72 сторінки?

Задача 6. Два велосипедисти виїхали одночасно назустріч один одному з двох населених пунктів відстань між якими 50 км. Перший велосипедист рухався зі швидкістю 12 км за год. А другий 13 км за год. Через скільки годин вони зустрінуться?

Поряд з ustalеними способами дослідження доречними будуть групи запитань для узагальнення учнями математичних структур цих задач, розвитку їх аналітико-синтетичного мислення.

Перша група запитань.

З якою продуктивністю працюють дві друкарки разом? (Продуктивності кожної з друкарок додаємо). З якою швидкістю працюють дві друкарки разом? (Швидкості друку додаємо).

Яка швидкість зближення велосипедистів? (Швидкості руху додаємо).

Друга група запитань.

Яку роботу виконують друкарки разом?

Який шлях додають велосипедисти разом?

Третя група запитань.

Чому дорівнює час, за який дві друкарки, працюючи разом, надрукують 72 сторінки? Яку дію виконуємо?

Скільки часу будуть одночасно рухатися велосипедисти до зустрічі? Яку дію виконуємо?

Робимо висновок, що у задачах на одночасний рух назустріч та задачах на спільну роботу наявні спільні істотні ознаки.

Аналогічне дослідження можна провести для задач на спільну роботу та одночасний рух у різних напрямках.

Результатом досліджень може бути таблиця.

**Висновки.** Молодші школярі володіють невичерпними пізнавальними можливостями й готовністю до пізнання

Рух		Робота	
Величини	Окремі одиниці вимірювання	Величини	Окремі одиниці вимірювання
Пройдений шлях	кілометри, метри тощо	Виконана робота (загальний обсяг роботи) або загальний виробіток: загальна довжина загальна кількість загальна площа загальний об'єм загальна маса тощо	метри, штуки, квадратні метри, літри, кілограми тощо
Затрачений на рух час	години, хвилини, секунди тощо	Затрачений на роботу час	день, години, хвилини, секунди тощо
Швидкість руху (шлях, пройдений за одиницю часу)	кілометри за годину, кілометри за хвилину, метри за хвилину тощо	Швидкість виконання роботи або продуктивність (робота, виконана за одиницю часу)	метри за годину, штуки за день, літри за годину, квадратні метри за день тощо

нового. Тому, розв'язування задач на спільну роботу вимагає особливої організації навчальної діяльності учнів на етапах з'ясування змісту задачі, її аналізу, встановлення подібності з іншими видами задач, використання вчителем різних методичних прийомів, що сприяють розвитку мислення та уяви, природної допитливості дітей, формують їхню зацікавленість, стимулюють до саморозвитку.

### Список використаних джерел

1. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах : навч. посіб. 4-те вид., переробл. і доп. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2016. 368 с.
2. Коваль Л. В., Скворцова С. О. Методика навчання математики: теорія і практика : підручник для студ. за спец. 6.0101000 «Початкове навчання», освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр». 2-ге вид., допов. і переробл. Харків : ЧП «Принт-Лідер», 2011. 414 с.
3. Максименко С. Д., Кондратенко Л. О. Навчальні та поведінкові проблеми учнів початкової школи : короткий психологічний довідник-порадник педагога. Харків : Ранок, 2020. 48 с.
4. Скворцова С. О. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі : навч.-метод. посіб. для студ. за спец. 6.010100 «Початкове навчання». Одеса : ООО «Абрикос-Компани», 2011. 268 с.
5. Типові освітні програми для закл. загальної середньої освіти: 1-2 класи. Київ : ТД «ОСВІТА-ЦЕНТР+», 2018. 240 с.
6. Виленская Марта. Удручающие результаты PISA: математику и чтение провалили не в теории, а на практике. URL: <https://kp.ua/life/654710-udruchaischye-rezultaty-PISA-matematyku-y-chtenye-provalyly-ne-v-teoryu-a-na-praktyke>.

### References

1. Bohdanovych, M. V., Kozak, M. V., & Korol, Ya. A. (2016). *Metodyka vykladannia matematyky v pochatkovykh klasakh : navchalnyi posibnyk [Methods of teaching mathematics in elementary grades]*. Ternopil : Navchalna knyha – Bohdan [in Ukrainian].
2. Koval, L. V., & Skvortsova, S. O. (2011). *Metodyka navchannia matematyky: teoriia i praktyka [Methods of teaching mathematics: theory and practice]: pidruchnyk dlia dlia studentiv za spetsialnistiu 6.0101000 «Pochatkove navchannia», osvithno-kvalifikatsiinoho rivnia «bakalavr»*. Kharkiv: ChP "Prynt-Lider" [in Ukrainian].
3. Maksymenko, S. D., & Kondratenko, L. O. (2020). *Navchalni ta povedinkovi problemy uchniv pochatkovoї shkoly [Educational and behavioral problems of elementary school students]: korotkyi psykholohichnyi dovidnyk-poradnyk pedahoha*. Kharkiv: Ranok [in Ukrainian].
4. Skvortsova, S. O. (2011). *Metodyka navchannia rozviazuvannia siuzhetnykh zadach u pochatkovii shkoli [The technique of teaching the solution of story problems in elementary school]: navchalno-metodychnyi posibnyk dlia studentiv za spetsialnistiu 6.010100 «Pochatkove navchannia»*. Odesa : ООО "Abrykos-Kompany" [in Ukrainian].
5. *Typovi osvithni prohramy dlia zakl. zahalnoi serednoi osvity: 1-2 klasy [Typical educational programs for closing. general secondary education: 1-2 classes]*. (2018). Kyiv: TD "OSVITA-TsENTR+" [in Ukrainian].
6. Vilenskaia Marta. *Udruchaiushchie rezultaty PISA: matematiku i chtenie provalili ne v teorii, a na praktike [Depressing PISA results: math and reading failed not in theory, but in practice]*. Retrieved from <https://kp.ua/life/654710-udruchaischye-rezultaty-PISA-matematyku-y-chtenye-provalyly-ne-v-teoryu-a-na-praktyke>. [in Ukrainian].

Дата надходження до редакції  
авторського оригіналу: 31.01.2020