ІЛЬЧЕНКО О.В., студентка
Полтавський національний технічний університет
імені Юрія Кондратюка

РЕГРЕСІЙНА МОДЕЛЬ ЗАЛЕЖНОСТІ ІНФЛЯЦІЇ ВІД БЕЗРОБІТТЯ. МОДЕЛЬ ФІЛЛІПСА

Із економетричної теорії відомо, що найбільш дослідженою регресійною моделлю є лінійна. За даними експериментальних даних $x_1, x_2, ..., x_n$; $y_1, y_2, ..., y_n$ будується лінійна регресія

$$y = ax + b, \tag{1}$$

де

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \; b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \tag{2}$$

Для цієї моделі можна побудувати надійні інтервали для коефіцієнтів *a* та *b*, коефіцієнт кореляції та інші оціночні величини.

Проте більшість економічних процесів описуються нелінійними регресійними моделями, один клас з яких зводиться шляхом заміни змінних до лінійної моделі. Такі моделі називаються квазілінійними. При обробці результатів квазілінійних моделей труднощів практично ніяких не зустрічається.

Другий клас нелінійних залежностей не зводиться до лінійних. При побудові регресійних залежностей для таких моделей зустрічаються проблеми, які не завжди можна ефективно розв’язати.

До таких залежностей належить регресійна модель Філліпса, яка інтерпретує залежність інфляції від безробіття.

$$y = -\alpha + \beta x^{\gamma} \tag{3}$$

В ній: α, β, γ – коефіцієнти, які потрібно обчислити за експериментальними даними; x – рівень безробіття; y – рівень інфляції.

Формула (3) належить до класу нелінійних залежностей, які не лініаризуються, тобто, не є квазілінійною моделлю.

Пропонуємо один із методів оцінки коефіцієнтів α, β, γ, який ґрунтується на виборі найкращої моделі (3) порівняно з моделями $y = -\alpha + \beta x^{m}$, $m \in Q_{+}$, тим більше, що модель (3) в конкретній «інфляційно-безробітній» ситуації схожа дуже на квадратичну залежність.

Сформуємо основні положення метода і продемонструємо на конкретному прикладі.

1. Розглядаємо нелінійну регресію

$$y = -\alpha + \beta x^{\gamma}, \tag{4}$$

де γ – задане число, $\gamma \in Q_+$ (раціональні додатні числа).

2. Використовуємо заміну $z = x^\gamma$

3. Утворюємо множини чисел $x_1, x_2, ..., x_n$; $z_1, z_2, ..., z_n$, де $z_i = x_i^\gamma$ $(i = 1, 2, ..., n)$

4. Знаходимо залежність $y = az + b$, де коефіцієнти a та b знаходяться за формулами (2).

В результаті отримуємо нелінійну залежність $y = -\alpha + \beta x^\gamma$, де $\alpha = -b$, $\beta = a$, γ – задане число.

5. Обчислюємо величину середнього відхилення отриманої кривої від експериментальних даних

$$J(\alpha, \beta, \gamma) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_1 - \left(-\alpha + \beta x_i^\gamma \right) \right)^2 .$$

Пункти 1–5 повторюємо для різних значень γ.

Серед різних нелінійних регресій вибираємо ту, яка буде мати найменше значення $J(\alpha, \beta, \gamma)$.

Запишемо основні формули для роботи комп'ютерної програми.

$$y = -\alpha + \beta x^\gamma = -\alpha + \beta z$$

Утворюємо три масиви даних при заданому γ.

$$x_i, y_i, z_i = x_i^\gamma, i = 1, 2, ..., n$$

Обчислюємо величини

$$S = \sum_{i=1}^{n} z_i y_i; \quad S_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i; \quad S_2 = \sum_{i=1}^{n} z_i; \quad S_3 = \sum_{i=1}^{n} z_i^2 .$$

Значення коефіцієнтів α та β обчислюється для кожного заданого значення γ за формулами

$$\beta(\gamma) = \frac{n * S - S_1 * S_2}{n * S_3 - (S_2)^2} \qquad -\alpha(\gamma) = \frac{S_1 - \beta(\gamma) * S_2}{n} .$$

Величину середньоквадратичного відхилення теоретичних даних від експериментальних обчислюємо за формулою

$$J(\gamma) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (-\alpha + \beta z_i))^2 .$$

Процес обчислень повторюємо для кожного значення γ, для якого знаходимо $\alpha(\gamma), \beta(\gamma)$.

Серед всіх значень $J(\gamma)$ знаходимо найменше значення та значення величин $\alpha(\gamma), \beta(\gamma), J_{\min}(\gamma)$.

Будуємо криву $y = -\alpha + \beta x^\gamma$.

Порівнюємо її з кривою експериментальних даних x_i, y_i.

Проте, аналіз результатів комп'ютерних програм (було проведено велику кількість розрахунків) дає змогу зробити висновок про те, що в даному конкретному випадку модель (3) не відображає ідентичності моделі та експериментальних даних (значні величини чисел $J(\gamma)$). Тому була використана модифікована модель

$$y = \alpha + \beta(x-a)^{\gamma}, \tag{5}$$

в якій уже чотири невідомих параметри α, β, γ, a.

Після розрахунків за методом, аналогічним вищевказаному, отримали результати

$$\alpha = 108,72;\ \beta = 1,12;\ \gamma = 1,97;\ a = 9,13;\ J(\gamma) = 218,46.$$

Для перевірки запропонованого методу були використані дані Держкомстату України 1998–2011 рр.

Основні показники ринку праці: безробітне населення (за методикою МОП) працездатного віку у % до економічно активного населення відповідної вікової групи	Індекси споживчих цін у 2000–2009 рр. (до відповідного періоду попереднього року)	
	x_1	y_1
2000	12,4	128,2
2001	11,7	112,0
2002	10,3	100,8
2003	9,7	105,2
2004	9,2	109,0
2005	7,8	113,5
2006	7,4	109,1
2007	6,9	112,8
2008	6,9	125,2
2009	9,6	115,9

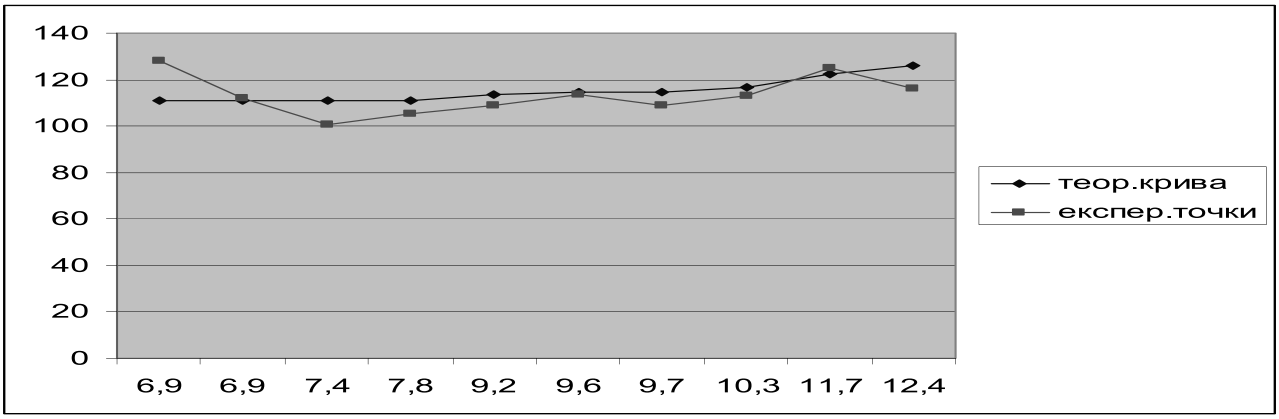
Аналіз результатів

Для моделі (4) було проведено ряд розрахунків з різними γ.

Аналіз експериментальних даних (графічний) говорить про те, що кривою регресії може бути парабола (5), де a – центр кривої по вісі OX, α – величина, на яку піднята крива (5) вздовж вісі OY. Дійсно, розрахунки підтвердили це припущення:

$$\alpha = -110,71;\ \beta = 0,5;\ \gamma = 2,01;\ a = 6,899;\ J = 224,76.$$

$$y = 110,71 + 0,5\left(x - 6,899\right)^{2,01}$$



ЛІТЕРАТУРА

1 Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черненко Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник, 2-е издание. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, издательство «Дело и сервис», 1999. – 368 с.
2 Лагно В.І., Онищенко А.М., Долгополова М.В. Основи економетрики. Видавництво «АСМІ», Полтава, 2006. – 178 с.
3 Лук'яненко І.І., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Товариство «Знання», КОО, 1998. – 494 с.