3. Естетико-філологічний. Розширено уявлення майбутніх учителів про естетику мови й естетику літературної творчості.

Таким чином, театральні технології формують культуру міжнаціонального спілкування студентів, що є одним із головних завдань сучасної вищої педагогічної освіти.

О ФОРМИРОВАНИИ УМЕНИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИЙ

И.В. Гридасова
г. Донецк, Украина
Е.В. Гридасова
г. Макеевка, Украина

Понятие предела функции в точке, а также вычисление пределов функций вызывает у учащихся 11 классов, а также студентов первого курса большие трудности.

Первая трудность связана с тем, что студент не видит главного, что повлияет на результат и не умеет отделить его от второстепенного, что на ответ не повлияет. Вычисляя пределы, часто студент даже не проверяет, есть ли неопределенность, а сразу начинает что-то преобразовывать, не понимая, зачем и с какой целью, что говорит о полном непонимании сути проблемы.

Вторая трудность – правильно технически осуществить решение.

В известных решебниках по математическому анализу [1], [2] вычисление пределов изложено чисто технически и не объясняется «внутренняя жизнь» предела.

Начнем с рассмотрения пределов, не имеющих неопределенности. Существует множество задач на построение эскизов графиков элементарных функций, при решении которых необходимо вычисление пределов этих функций в точках, где функция не определена, и на бесконечностях. Вычисление таких пределов не требует дополнительных знаний, выходящих за рамки школьной программы.

Например, требуется построить эскиз графика функции $e^{\frac{x}{1-x^2}}$. Функция является элементарной, следовательно, она непрерывна в своей области определения. Так как функция не определена в точках $x = \pm 1$, то именно в этих точках она терпит разрывы. Для построения эскиза графика функции необходимо узнать, как ведет себя функция в правой и левой полуокрестностях точек разрыва, то есть точек $x = 1$ и $x = -1$ и также поведение функции при $x \to \pm\infty$. Чтобы узнать это, необходимо вычислить следующие пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 1\pm 0} e^{\frac{x}{1-x^2}}$. Проанализируем ситуацию. При $x \to 1 \pm 0$ числитель дроби $\frac{x}{1-x^2}$ стремится к единице, а знаменатель $(1-x^2)\xrightarrow[x\to 1\pm 0]{}\mp 0$. Следовательно, дробь $\frac{x}{1-x^2}\xrightarrow[x\to 1\pm 0]{}\mp\infty$. Так как $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = +0$, а $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$, то $\lim\limits_{x\to 1+0} e^{\frac{x}{1-x^2}} = +0$, а $\lim\limits_{x\to 1-0} e^{\frac{x}{1-x^2}} = +\infty$.

б) Аналогично можно убедиться, что $\lim\limits_{x\to -1+0} e^{\frac{x}{1-x^2}} = +0$, а $\lim\limits_{x\to -1-0} e^{\frac{x}{1-x^2}} = +\infty$.

в) Осталось определить поведение функции при $x \to \pm\infty$, то есть вычислить пределы $\lim\limits_{x\to\pm\infty} e^{\frac{x}{1-x^2}}$.

Если в предыдущих пределах мы не имели неопределенности, то здесь в пределе имеем неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$.

Что влияет на ответ? Проанализируем ситуацию.

Числитель дроби стремится к $+\infty$ с первым порядком. В знаменателе имеем разность единицы и большого положительного числа, если $x \to \pm\infty$. Понятно, что эта сумма ведет себя как $-x^2$ и единица не влияет на поведение знаменателя. Следовательно, дробь $\frac{x}{1-x^2}$ ведет себя как $\frac{x}{-x^2}$ и так как знаменатель дроби стремится к бесконечности с бо́льшим порядком, в ответе будет ноль. Конечно, доказать это нужно строго, разделив числитель и знаменатель дроби $\frac{x}{1-x^2}$, например, на x. Мы избавимся таким образом от неопределенности. Но это лишь техническая сторона задачи. Важно понимание изнутри. Из наших рассуждений становится понятно, какие порядки бесконечности в числителе и знаменателе являются главными и на что надо разделить числитель и знаменатель дроби, чтобы избавиться от неопределенности.

Следовательно, $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{x}{1-x^2}} = 1-0$, а $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{x}{1-x^2}} = 1+0$.

Зная эти пределы, то есть поведение функции в окрестностях точек разрыва и на бесконечности, легко построить эскиз графика данной функции.

При вычислении пределов, имеющих неопределенность вида , важно уметь определять порядок бесконечно малых функций, стоящих в числителе и знаменателе дроби, и коэффициенты при порядке.

Например, вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x+x^5)}{\sqrt{3x^3+x^2\sqrt[4]{x}+2x^2}}$.

Имеем неопределенность вида . Чтобы решить задачу, нам нужно определить, с каким порядком и коэффициентом при порядке числитель и знаменатель стремятся к нулю при $x \to 0$. Если порядки окажутся одинаковыми, то ответом будет отношение коэффициентов при них. Если порядок нуля в числителе будет больше, чем в знаменателе, в ответе будет ноль. Если, наоборот, порядок нуля в знаменателе будет больше, чем в числителе, ответом будет бесконечность.

Так как функция при $x \to 0$ представляет собой единицу плюс что-то маленькое (стремящееся к нулю), можно применить замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$=1 или замену на эквивалентное $f(x) = \ln(1+x+x^5) \underset{x\to 0}{\sim} x+x^5$.

Теперь нужно понять, какое из этих двух маленьких слагаемых – x или x^5 – является главным. Например, если взять фиксированное значение $x = 0{,}1$, то $(x+x^5)|_{x=0,1} = 0{,}1 + 0{,}00001$ и понятно, что первое слагаемое в этой сумме больше, а второе изменяет его, если сложить их, в пятом знаке после запятой. А если $x \to 0$, понятно, что в этой сумме главную роль играет x. В этом можно убедиться, вычислив $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+x^5}{x} = 1$. То есть в сумме разных положительных степеней x главную роль играет слагаемое с самым маленьким показателем степени x.

Так как $(x+x^5) \underset{x\to 0}{\sim} x$, то $\ln(1+x+x^5) \underset{x\to 0}{\sim} x$ и числитель дроби $\frac{\ln(1+x+x^5)}{\sqrt{3x^3+x^2\sqrt[4]{x}+2x^2}}$ является нулем первого порядка с коэффициентом единица.

Проанализируем поведение знаменателя, то есть функции $g(x) = \sqrt{3x^3+x^2\sqrt[4]{x}+2x^2}$ при $x \to 0$.

Под корнем стоит сумма трех бесконечно малых слагаемых. Необходимо увидеть, какое из них является главным. Исследуя функцию $f(x)$, мы пришли к выводу, что чем больше показатель степени x, тем слагаемое меньше при $x \to 0$, а сумма эквивалентна большему из слагаемых.

Под корнем функции $g(x)$ самый маленький порядок имеет слагаемое , следовательно, $(3x^3 + x^2\sqrt[3]{x} + 2x^2) \underset{x\to 0}{\sim} 2x^2$. В этом можно убедиться, вычислив предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^3 + x^2\sqrt[3]{x} + 2x^2}{2x^2} = 1$.

Следовательно, $g(x) \underset{x\to 0}{\sim} \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}|x|$ и $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{2}|x|}$.

Так как $\lim\limits_{x\to +0}\frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а $\lim\limits_{x\to -0}\frac{x}{-\sqrt{2}x} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, то предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}$ не существует.

Задача преподавателя – сделать учащихся «зрячими», научить их видеть и выделять главное, влияющее на конечный результат, и не акцентировать внимание на несущественном. В данной статье внимание акцентируется не на технической стороне вычисления пределов функций, а именно на внутреннем понимании проблемы, что существенно облегчает учащимся процесс изучения данной темы и улучшает качество их знаний.

Литература

1. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. – Харьков: Издательство Харьковского университета, 1972. – 409с.

2. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Головач Г.П. Математический анализ в примерах и задачах. – К.: Вища школа, 1974. – 678с.

ВПЛИВ РАЦІОНАЛЬНОГО ХАРЧУВАННЯ НА ОБДАРОВАНІСТЬ СТУДЕНТСЬКОЇ МОЛОДІ

М.В. Гриньова, Н.О. Коновал
м. Полтава, Україна

Поняття обдарованості уже кілька десятиліть займає провідне місце у наукових працях та дослідженнях педагогів й психологів усього світу. Науковці різних країн намагаються дослідити та систематизувати різні аспекти та типи обдарованості, виявити ключові елементи цього педагогічного та психологічного поняття і явища, створити алгоритми формування обдарованої особистості та збагнути закономірності розвитку обдарованої людини.

Обдарованість – поняття загальної психології, високий рівень задатків, схильностей. Обдарованість є результатом і свідченням високого рівня інтелектуального розвитку індивіда.

У поглядах різних вчених, явище обдарованості має чимало розбіжностей. Так, за Б. Тепловим «обдарованість – якісно своєрідне поєднання здібностей, від якого залежить можливість досягнення більшого чи меншого успіху у виконанні тієї чи іншої діяльності». В. Моляко визначає обдарованість як систему, що складається з цілої низки компонентів, серед яких – анатомо-фізіологічні задатки; сенсорно-перцептивні блоки, що характеризуються підвищеною чутливістю; інтелектуальні та мисленнєві можливості, що дозволяють оцінювати нові ситуації і розв'язувати нові проблеми; емоційно-вольові структури, які зумовлюють тривалі домінантні орієнтації і їх штучне підтримання; високий рівень продукування нових образів; фантазія; уява і ряд інших [1]. Американський вчений Дж. Рензуллі запропонував таке визначення обдарованості: «обдарованість – результат сполучення трьох характеристик: інтелектуальних здібностей, які перевищують середній рівень, творчого підходу та наполегливості» [2].